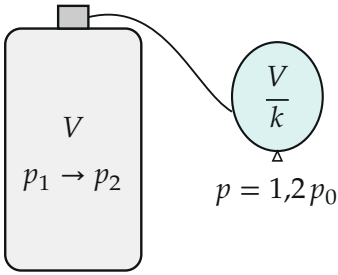
Шарики из баллона с гелием

Задача 4. [Курчатов 2016/17, 10 класс, задача 4] Воздушные шарики надувают гелием из баллона, в котором гелий находится в газообразном состоянии. Давление в баллоне до того, как надували шарики, было равно $p_1 = 150\,p_0$, где p_0 — атмосферное давление, а после надувания стало равным $p_2 = 90\,p_0$. Сколько шариков надули? Давление внутри надутого шарика $p = 1{,}2\,p_0$. Процесс происходит при постоянной температуре 25 °C, объём надутого шарика в $k = 10$ раз меньше объёма баллона.



Поясняющий рисунок: баллон объёмом V и надутый шарик объёмом V/k.

▲ **Решение. Что происходит.** Задача на уравнение состояния идеального газа (Менделеева — Клапейрона). Гелий, ушедший из баллона, весь оказался в шариках. Температура одна и та же, поэтому количество вещества газа пропорционально произведению pV: сколько «pV» потерял баллон, столько получили все шарики вместе. Делим одно на другое — получаем число шариков.

Обозначения. V — объём баллона, V/k — объём шарика; $T = 298$ K; $\Delta\nu$ — количество гелия, ушедшего из баллона; $\nu_{\text{ш}}$ — количество гелия в одном шарике; N — число шариков.

1. Уравнение состояния для баллона до и после надувания. Объём и температура баллона не меняются:

$$p_1 V = \nu_1 RT, \qquad p_2 V = \nu_2 RT,$$

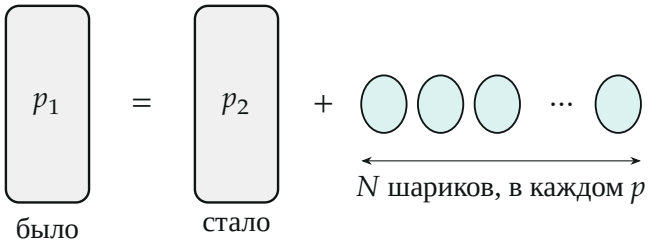
$$\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2 = \frac{(p_1 - p_2)V}{RT} = \frac{60\,p_0 V}{RT}.$$

2. Уравнение состояния для одного шарика.

$$p\frac{V}{k} = \nu_{\text{ш}} RT \quad \Rightarrow \quad \nu_{\text{ш}} = \frac{pV}{kRT} = \frac{1{,}2\,p_0 V}{10\,RT} = \frac{0{,}12\,p_0 V}{RT}.$$

3. Закон сохранения количества вещества. Гелий из баллона ушёл только в шарики (рисунок 2):

$$\Delta\nu = N\nu_{\text{ш}} \quad \Rightarrow \quad N = \frac{\Delta\nu}{\nu_{\text{ш}}} = \frac{(p_1 - p_2)\,k}{p} = \frac{60\,p_0 \cdot 10}{1{,}2\,p_0} = 500.$$

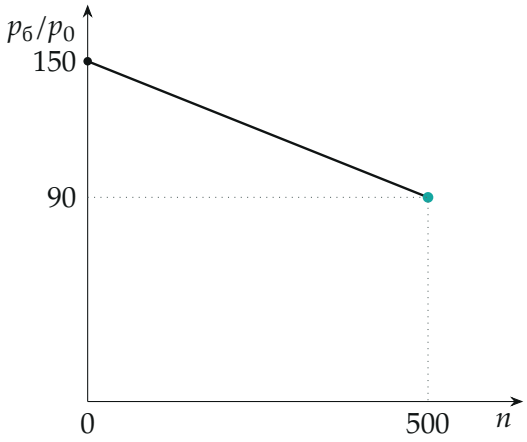


Весь гелий сохраняется: то, что было в баллоне при p_1, теперь в баллоне при p_2 и в N шариках.

4. Наглядно: давление в баллоне по мере надувания. После n шариков из баллона ушло $n\nu_{\text{ш}}$, давление падает линейно (рисунок 3):

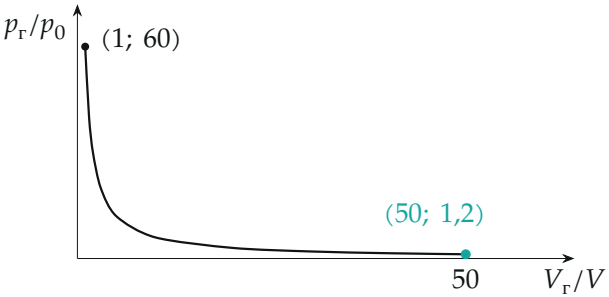
$$p_{\text{б}}(n) = p_1 - n\frac{p}{k} = 150\,p_0 - 0{,}12\,p_0\,n.$$

Каждый шарик уносит $0{,}12\,p_0$ давления баллона; до $90\,p_0$ давление опускается на $60\,p_0$ за $60/0{,}12 = 500$ шариков.



Давление в баллоне в зависимости от числа надутых шариков: прямая, каждый шарик — минус $0{,}12\,p_0$.

5. Второй способ: приведение к одному давлению. Ушедший гелий при давлении p шариков занял бы объём $V_{\text{ушло}} = \dfrac{(p_1 - p_2)V}{p} = 50V$ (изотерма, $pV = \text{const}$). Шарик — $V/10$, значит, шариков $50V : \dfrac{V}{10} = 500$ (рисунок 4).



Изотерма ушедшего гелия: «лишние» $60\,p_0$ *в объёме баллона* V *— то же, что* $1{,}2\,p_0$ *в объёме* $50V$*, то есть* 500 *шариков по* $V/10$.

Обратите внимание. В баллоне после надувания гелий остался — в шарики ушла только разность $p_1 - p_2$, а не весь гелий. И давление в шарике $1{,}2\,p_0$, а не p_0: с атмосферным давлением вышло бы 600 шариков.

Ответ:

$$N = \frac{(p_1 - p_2)\,k}{p} = \frac{(150 - 90)\cdot 10}{1{,}2} = 500.$$

Проверка. N безразмерно: отношение давлений, умноженное на отношение объёмов. Предел $p_2 = p_1$ — $N = 0$, ничего не надули. Значение температуры (25 °C) в ответ не входит: она одна и та же для баллона и шариков и сокращается.

Ответ. $N = \dfrac{(p_1 - p_2)\,k}{p} = 500$ шариков.