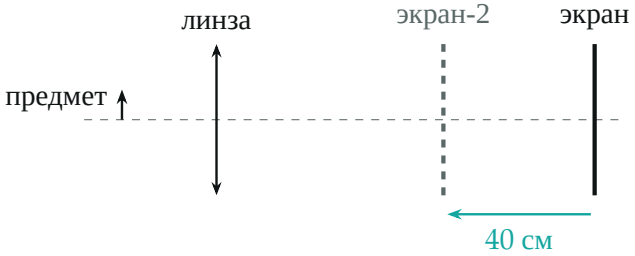
Линза и экран

Задача 6. [Курчатов 2016/17, 11 класс, задача 6] С помощью тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием 20 см получили на экране увеличенное в 4 раза чёткое изображение предмета. Затем, не меняя положения линзы, экран придвинули на 40 см к линзе и переместили предмет так, чтобы на экране вновь получилось чёткое изображение предмета. Найдите новое расстояние от предмета до линзы. Какое увеличение получилось во втором случае?



Поясняющий рисунок: линза, предмет, экран; экран придвигают к линзе на 40 см.

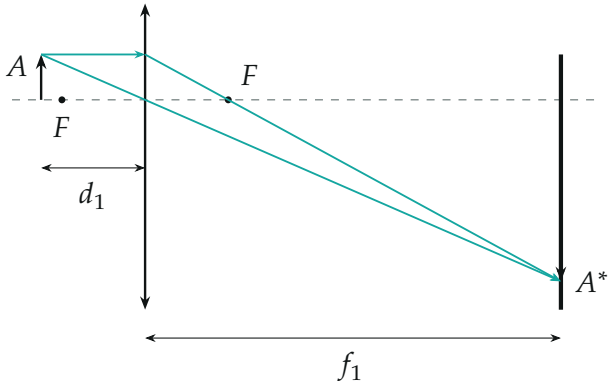
▲ **Решение. Что происходит.** Задача на формулу тонкой линзы. Чёткое изображение на экране — действительное, экран стоит там, где сходятся лучи. Увеличение $\Gamma = f/d$ связывает расстояния до предмета и до экрана, формула линзы — их с фокусным расстоянием. Из первого опыта находим, где стоял экран, сдвигаем его на 40 см и из формулы линзы находим, куда поставить предмет.

Обозначения. $F = 20$ см — фокусное расстояние; d_1, f_1 — расстояния от линзы до предмета и до экрана в первом опыте, $\Gamma_1 = 4$; $d_2, f_2 = f_1 - 40$ см, Γ_2 — во втором.

1. Первый опыт: увеличение и формула линзы. Увеличение — отношение размера изображения к размеру предмета; из подобия треугольников, образованных лучом через центр линзы (рисунок 2), $\Gamma_1 = \dfrac{f_1}{d_1}$, то есть $d_1 = \dfrac{f_1}{4}$. Формула тонкой собирающей линзы для

действительного изображения:

$$\frac{1}{d_1}+\frac{1}{f_1}=\frac{1}{F} \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{f_1}+\frac{1}{f_1}=\frac{1}{F} \quad \Rightarrow \quad f_1 = 5F = 100\,\text{см}, \qquad d_1 = 25\,\text{см}.$$



Первый опыт ($d_1 = 25$ см, $f_1 = 100$ см): луч, параллельный оси, после линзы идёт через фокус; луч через центр не преломляется; изображение A^* на экране в 4 раза больше предмета.

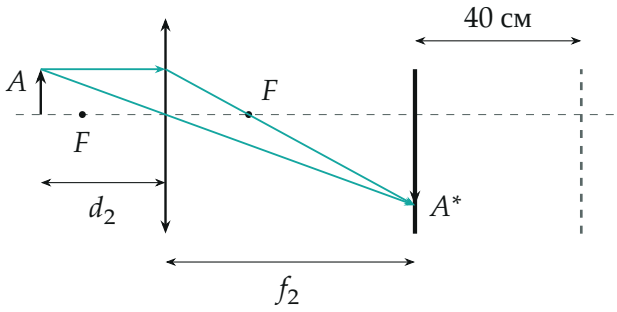
2. Второй опыт: новое положение предмета. Экран придвинули на 40 см: $f_2 = 100 - 40 = 60$ см. Изображение снова на экране, формула линзы:

$$\frac{1}{d_2}=\frac{1}{F}-\frac{1}{f_2}=\frac{1}{20}-\frac{1}{60}=\frac{2}{60}\ \text{см}^{-1}, \qquad d_2 = 30\ \text{см}.$$

Предмет отодвинули от линзы на 5 см (рисунок 3).

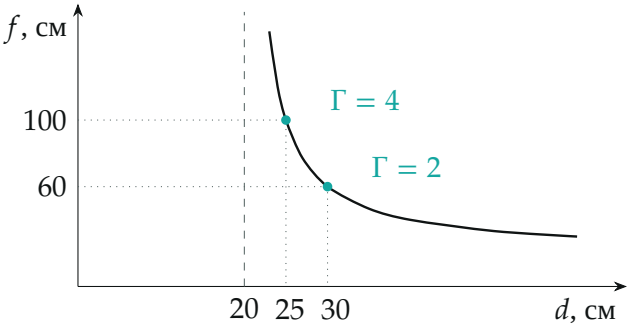
3. Увеличение во втором опыте:

$$\Gamma_2 = \frac{f_2}{d_2} = \frac{60}{30} = 2.$$



Второй опыт ($d_2 = 30$ см, $f_2 = 60$ см): экран (сплошной) придвинут на 40 см, изображение в 2 раза больше предмета.

4. Наглядно: зависимость $f(d)$. Из формулы линзы $f = \dfrac{dF}{d-F}$ — гипербола (рисунок 4). Чем дальше предмет от фокуса, тем ближе изображение к линзе: чтобы изображение подошло на 40 см, предмет надо отодвинуть всего на 5 см.



Расстояние до изображения в зависимости от расстояния до предмета при $F = 20$ см; точки — два опыта.

Обратите внимание. Увеличение $\Gamma = f/d$ — не число, заданное раз и навсегда: при новом положении экрана оно другое, его нужно считать заново, а не переносить «4» во второй опыт.

Ответ: $d_2 = \left(\dfrac{1}{F} - \dfrac{1}{5F - 40\text{ см}}\right)^{-1} = 30$ см, $\Gamma_2 = \dfrac{f_2}{d_2} = 2$.

Проверка. Подстановка: $\frac{1}{25} + \frac{1}{100} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$, $\frac{1}{30} + \frac{1}{60} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$ — оба опыта удовлетворяют формуле линзы. Второй способ, формула

Ньютона $(d-F)(f-F) = F^2$: $5\cdot80 = 400$ и $10\cdot40 = 400$. Предмет дальше фокуса в обоих опытах — изображение действительное, на экране, как и сказано.

Ответ. 30 см; увеличение 2.