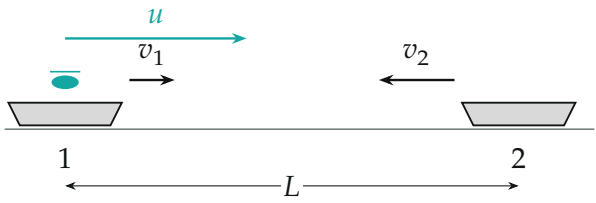
Вертолёт между авианосцами

Задача 2. [Курчатов 2016/17, 7 класс, задача 2] Два авианосца движутся навстречу друг другу с постоянными скоростями. Скорость первого авианосца 15 км/ч, скорость второго — 25 км/ч. В момент, когда расстояние между кораблями равно 100 км, с первого авианосца взлетает вертолёт и движется по прямой ко второму авианосцу со скоростью 175 км/ч. Долетев до второго авианосца, вертолёт совершает посадку, и, спустя некоторое время, возвращается на первый авианосец, вновь двигаясь со скоростью 175 км/ч. От момента, когда вертолёт долетел до второго авианосца, до момента, когда вертолёт покинул этот авианосец, прошло ровно 25 минут. Сколько времени вертолёт отсутствовал на первом авианосце? Найдите путь, пройденный вертолётом.



Поясняющий рисунок: авианосцы 1 и 2 идут навстречу, вертолёт взлетает с первого ко второму.

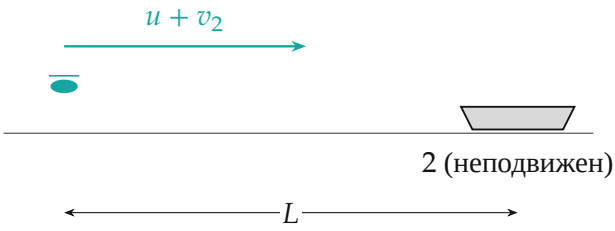
▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на относительное движение. Полёт делится на три этапа: вертолёт летит навстречу второму авианосцу, стоит на его палубе (то есть плывёт вместе с ним), летит обратно навстречу первому. На первом и третьем этапах удобно перейти в систему отсчёта того авианосца, к которому летим: там расстояние сокращается со скоростью сближения. Ловушка — второй этап: пока вертолёт стоит на палубе, авианосцы продолжают сближаться.

Обозначения. $v_1 = 15$ км/ч, $v_2 = 25$ км/ч — скорости авианосцев, $u = 175$ км/ч — скорость вертолёта, $L = 100$ км — начальное расстояние; t_1, $t_2 = 25$ мин, t_3 — длительности этапов; ось x — от первого авианосца ко второму, начало — в точке взлёта.

1. Полёт ко второму авианосцу: закон сложения скоростей. Зачем другая система отсчёта: в ней второй авианосец стоит, и остаётся одно

равномерное движение. В системе отсчёта второго авианосца вертолёт приближается со скоростью $u + v_2$ (скорости направлены навстречу, рисунок 2) и проходит расстояние L:

$$t_1 = \frac{L}{u + v_2} = \frac{100\text{ км}}{200\text{ км/ч}} = \frac{1}{2}\text{ ч} = 30\text{ мин}.$$



Этап 1 в системе отсчёта второго авианосца: вертолёт летит к нему со скоростью $u + v_2$ и проходит L.

2. Стоянка на палубе: равномерное движение вместе со вторым авианосцем. Севший вертолёт движется вместе с кораблём со скоростью v_2. Авианосцы всё это время сближаются со скоростью $v_1 + v_2 = 40$ км/ч. За время $t_1 + t_2 = 55$ мин от взлёта расстояние между ними сократилось на

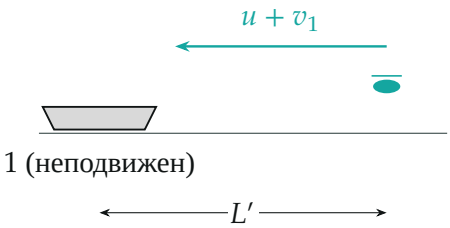
$$(v_1 + v_2)(t_1 + t_2) = 40\text{ км/ч} \cdot \frac{55}{60}\text{ ч} = \frac{110}{3}\text{ км},$$

и к началу обратного полёта осталось

$$L' = L - (v_1 + v_2)(t_1 + t_2) = 100 - \frac{110}{3} = \frac{190}{3}\text{ км} \approx 63{,}3\text{ км}.$$

3. Обратный полёт: закон сложения скоростей. В системе отсчёта первого авианосца вертолёт приближается со скоростью $u + v_1 = 190$ км/ч (рисунок 3):

$$t_3 = \frac{L'}{u + v_1} = \frac{190/3\text{ км}}{190\text{ км/ч}} = \frac{1}{3}\text{ ч} = 20\text{ мин}.$$



Этап 3 в системе отсчёта первого авианосца: расстояние L' сокращается со скоростью $u + v_1$.

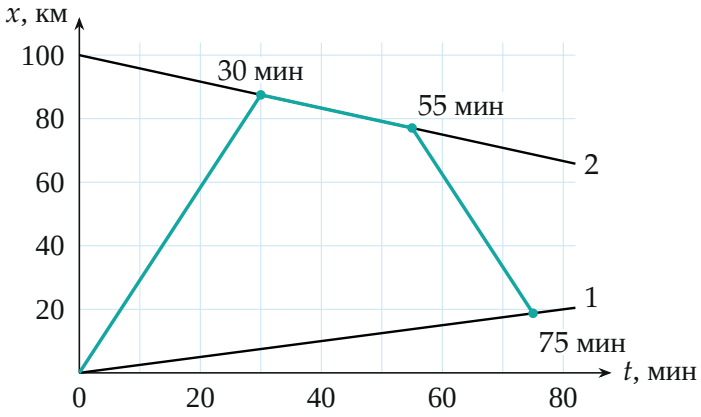
4. Время отсутствия.

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = 30 + 25 + 20 = 75 \text{ мин}.$$

5. Путь вертолёта (относительно воды). Путь считаем в системе отсчёта воды. На этапах 1 и 3 вертолёт летит со скоростью u в течение $t_1 + t_3 = 50$ мин; на этапе 2 он плывёт вместе со вторым авианосцем со скоростью v_2 в течение t_2:

$$s = u\,(t_1 + t_3) + v_2 t_2 = 175 \cdot \frac{5}{6} + 25 \cdot \frac{5}{12} = 156{,}25 \text{ км} \approx 156 \text{ км}.$$

Весь полёт — на графике координат (рисунок 4): координаты вертолёта в моменты 30, 55, 75 мин — 87,5, 77,1 и 18,75 км; первый авианосец в момент посадки тоже в точке $x = 15 \cdot 1{,}25 = 18{,}75$ км.



Координаты авианосцев (чёрные прямые 1 и 2) и вертолёта (бирюзовая ломаная) от времени; на участке 30–55 мин ломаная идёт по прямой 2 — вертолёт на палубе второго авианосца.

Обратите внимание. За время стоянки вертолёт не стоит на месте относительно воды: он проходит вместе с кораблём $v_2 t_2 \approx 10{,}4$ км — организаторы включают их в путь. Если считать только полёт, получится 145,8 км.

Ответ:

$$t = \frac{L}{u + v_2} + t_2 + \frac{L - (v_1 + v_2)(t_1 + t_2)}{u + v_1} = 75 \text{ мин},$$

$$s = u(t_1 + t_3) + v_2 t_2 \approx 156 \text{ км}.$$

Проверка. Размерность: км/(км/ч) — часы. Второй способ (python, координаты): первый авианосец в момент 75 мин находится в $x = 18{,}75$ км, вертолёт после этапа 3 — в $77{,}08 - 175 \cdot \frac{1}{3} = 18{,}75$ км — встреча совпала. Предел $t_2 = 0$: обратный путь $(100 - 20)/190$ ч $\approx 25{,}3$ мин, всего 55,3 мин; со стоянкой 25 мин общее время выросло лишь на 19,7 мин: за стоянку авианосцы сблизились на 16,7 км, и обратный полёт сократился на 5,3 мин.

Ответ. Вертолёт отсутствовал 75 мин; его путь ≈ 156 км (156,25 км).