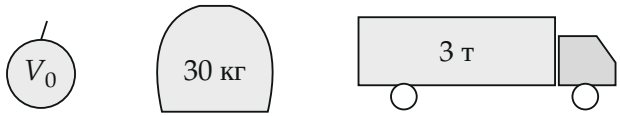
Яблоки в мешке и кузове

Задача 3. [Курчатов 2016/17, 7 класс, задача 3] Яблоко средних размеров имеет объём 225 см^3, а средняя плотность яблок составляет 800 кг/м^3. Яблоки фасуют по мешкам таким образом, чтобы масса яблок в мешке была равна 30 кг. Сколько в среднем яблок будет в одном мешке? Сколько яблок уместится в кузове автомобиля грузоподъёмностью 3 тонны при полной загрузке?



яблоко мешок кузов

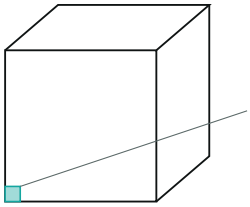
Поясняющий рисунок: одно яблоко объёмом V_0, мешок на 30 кг и кузов на 3 т.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на плотность. Число яблок — это общая масса, делённая на массу одного яблока. Массу одного яблока даёт определение плотности: масса единицы объёма, умноженная на объём. Сложность только в единицах: объём дан в кубических сантиметрах, плотность — в килограммах на кубический метр.

Обозначения. $V_0 = 225$ см^3 — объём яблока, $\rho = 800$ кг/м^3 — его средняя плотность, m_0 — масса одного яблока, $M_1 = 30$ кг — масса яблок в мешке, $M_2 = 3$ т $= 3000$ кг — в кузове, N_1, N_2 — искомые числа яблок.

1. Перевод объёма в СИ. В одном метре 100 см, в кубическом метре $100^3 = 10^6$ см^3 (рисунок 2):

$$V_0 = 225 \text{ см}^3 = 225 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 2{,}25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$



В кубометре помещается $100 \times 100 \times 100 = 10^6$ *кубиков по* 1 *см*^{3} *(кубик нарисован не в масштабе).*

2. Масса одного яблока: определение плотности. $\rho = \dfrac{m_0}{V_0}$, откуда

$$m_0 = \rho V_0 = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 2{,}25 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^3 = 0{,}18\ \text{кг} = 180\ \text{г}.$$

Тот же результат без перевода в СИ: 800 кг/м^3 = 0,8 г/см^3, и $m_0 = 0{,}8 \cdot 225 = 180$ г.

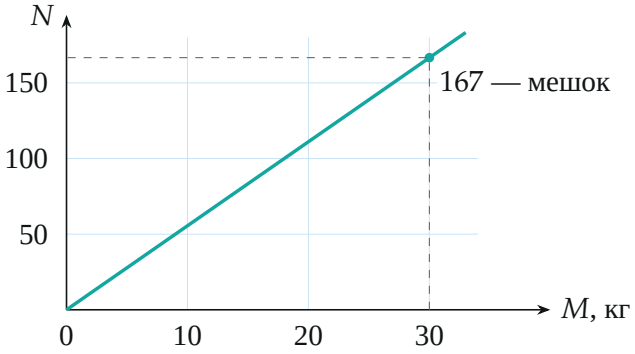
3. Число яблок в мешке. Масса мешка складывается из масс одинаковых (в среднем) яблок: $M_1 = N_1 m_0$:

$$N_1 = \frac{M_1}{m_0} = \frac{30\ \text{кг}}{0{,}18\ \text{кг}} = 166{,}7 \approx 167.$$

4. Число яблок в кузове. Так же:

$$N_2 = \frac{M_2}{m_0} = \frac{3000\ \text{кг}}{0{,}18\ \text{кг}} = 16\,666{,}7 \approx 16\,667.$$

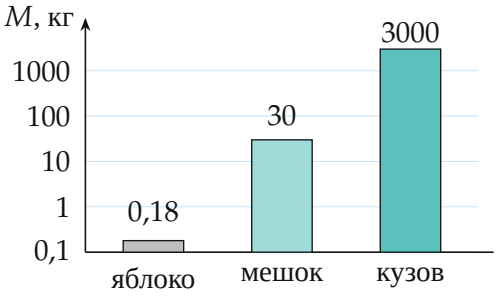
Это 100 мешков: $N_2 = 100N_1$, потому что $M_2 = 100M_1$. Число яблок растёт пропорционально массе (рисунок 3).



Число яблок от их общей массы: $N = M/m_0$, прямая с наклоном $1/m_0 \approx 5{,}6$ яблока на килограмм.

Обратите внимание. Число яблок — целое, а деление даёт дробь: ответ «в среднем», поэтому округляем до ближайшего целого. Масса одного яблока здесь средняя, реальные яблоки разные, так что точность выше 1 % смысла не имеет.

Сравнение масс одного яблока, мешка и кузова — на рисунке 4 (столбики в логарифмическом масштабе: каждая клетка — в 10 раз больше).



Массы яблока, мешка и кузова: мешок тяжелее яблока в 167 раз, кузов тяжелее мешка в 100 раз.

Ответ:

$$N_1 = \frac{M_1}{\rho V_0} \approx 167, \qquad N_2 = \frac{M_2}{\rho V_0} \approx 16\,667.$$

Проверка. Размерность: $\dfrac{\text{кг}}{\text{кг/м}^3 \cdot \text{м}^3}$ — безразмерное число, как и должно быть у количества. Обратный счёт (python): $167 \cdot 0{,}18 = 30{,}06$ кг ≈ 30 кг, $16\,667 \cdot 0{,}18 = 3000{,}06$ кг.

Ответ. В мешке в среднем ≈ 167 яблок; в кузове $\approx 16\,667$ яблок.