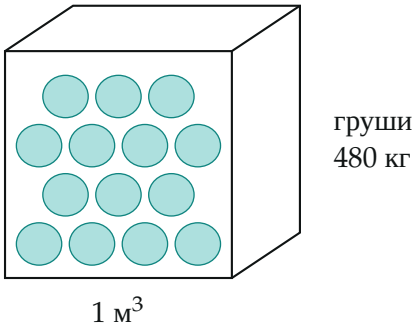
Насыпная плотность груш

Задача 2. [Курчатов 2016/17, 8 класс, задача 2] В пищевой промышленности используется величина, называемая насыпной плотностью продукта, которая показывает, какую массу будет иметь продукт, для хранения которого понадобится 1 кубический метр объёма. Например, насыпная плотность овса 432 кг/м^3, значит, для хранения 432 кг овса понадобится контейнер объёмом 1 м^3.

Насыпная плотность груш составляет 480 кг/м^3, а обычная плотность — 900 кг/м^3. Какая часть объёма, используемого для хранения груш, приходится на воздух?

Средняя масса одной груши — 120 г. Сколько груш может храниться в прямоугольном ящике, если его размеры 60 см × 40 см × 50 см?



Поясняющий рисунок: в кубическом метре хранилища лежат 480 кг груш, между плодами — воздух.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на плотность и объём. Насыпная плотность считает массу на объём хранилища вместе с воздухом между плодами, обычная плотность — массу на объём самих плодов. Возьмём 1 м^3 хранилища: в нём 480 кг груш, по обычной плотности найдём объём самих груш, остальное — воздух. Вторая часть — масса груш в ящике по насыпной плотности и число груш.

Обозначения. $\rho_н = 480$ кг/м^3 — насыпная плотность, $\rho = 900$ кг/м^3 — плотность груши; $V_0 = 1$ м^3 — объём хранилища; $V_г$ — объём самих

груш в нём, $V_в$ — объём воздуха; $m_1 = 120$ г — масса груши; $V_я$ — объём ящика; N — число груш.

Пункт 1. Доля воздуха.

1. Масса груш в хранилище: определение насыпной плотности.

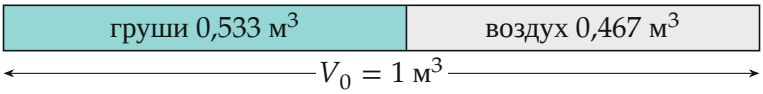
$$m = \rho_н V_0 = 480 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 1\ \text{м}^3 = 480\ \text{кг}.$$

2. Объём самих груш: определение плотности вещества.

$$V_г = \frac{m}{\rho} = \frac{\rho_н V_0}{\rho} = \frac{480\ \text{кг}}{900\ \text{кг/м}^3} \approx 0{,}533\ \text{м}^3.$$

3. Объём воздуха и его доля. Остальная часть кубометра — воздух (рисунок 2):

$$V_в = V_0 - V_г, \qquad \frac{V_в}{V_0} = 1 - \frac{\rho_н}{\rho} = 1 - \frac{480}{900} = \frac{7}{15} \approx 0{,}47 = 47\%.$$

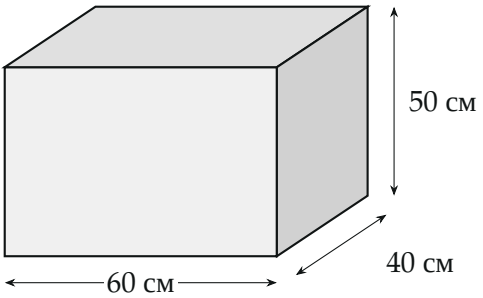


Как делится кубический метр хранилища: $8/15$ *— груши,* $7/15$ *— воздух.*

Пункт 2. Число груш в ящике.

4. Объём ящика. Переводим размеры в метры (рисунок 3):

$$V_я = 0{,}6\ \text{м} \cdot 0{,}4\ \text{м} \cdot 0{,}5\ \text{м} = 0{,}12\ \text{м}^3.$$



Ящик $60 \times 40 \times 50$ *см, объём* $0{,}12$ *м*^{3}.

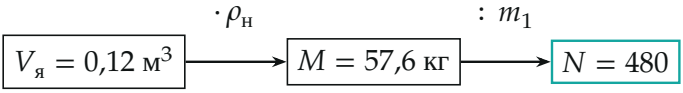
5. Масса груш в ящике: насыпная плотность. Насыпная плотность уже учитывает воздух между плодами, поэтому

$$M = \rho_н V_я = 480\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0{,}12\ \text{м}^3 = 57{,}6\ \text{кг}.$$

6. Число груш.

$$N = \frac{M}{m_1} = \frac{\rho_н V_я}{m_1} = \frac{57{,}6\ \text{кг}}{0{,}12\ \text{кг}} = 480.$$

Цепочка вычислений — на рисунке 4.



От объёма ящика к числу груш: масса по насыпной плотности, затем деление на массу одной груши.

Обратите внимание. Для массы груш в ящике нужна насыпная плотность, а не обычная: в ящике тоже есть воздух между плодами. С обычной плотностью вышло бы 108 кг и 900 груш — столько не поместится.

Ответ:

$$\frac{V_в}{V_0} = 1 - \frac{\rho_н}{\rho} = \frac{7}{15} \approx 47\%, \qquad N = \frac{\rho_н V_я}{m_1} = 480.$$

Проверка. Размерность: $\rho_н/\rho$ безразмерно, $\rho_н V_я/m_1$ — кг/кг, число. Смысл: $\rho_н < \rho$, доля воздуха между 0 и 1 — верно; при $\rho_н = \rho$ (плоды без зазоров) воздуха нет. Python: $1 - 480/900 = 0{,}4667$, $480 \cdot 0{,}12/0{,}12 = 480$.

Ответ. На воздух приходится $1 - \dfrac{480}{900} = \dfrac{7}{15} \approx 47\%$ объёма; в ящике может храниться 480 груш.