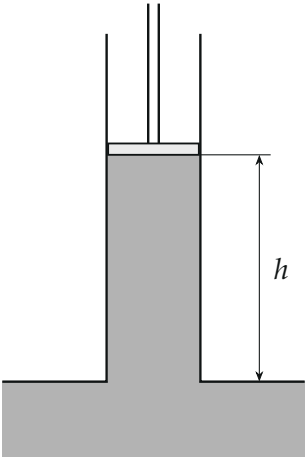
Поршневой насос и ртуть

Задача 3. [Курчатов 2016/17, 8 класс, задача 3] С какой силой нужно тянуть вверх поршень насоса для того, чтобы поднять ртуть на высоту $h = 50$ см? Площадь поперечного сечения трубки насоса 4 см^2, атмосферное давление 760 мм ртутного столба, плотность ртути $\rho = 13{,}6$ г/см^3, ускорение свободного падения 10 Н/кг.



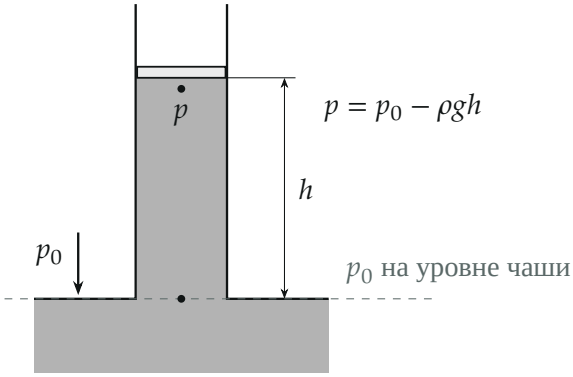
▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на гидростатику и атмосферное давление. Ртуть поднимается за поршнем потому, что атмосфера давит на открытую поверхность ртути в чаше, а под поршнем давление меньше атмосферного. Сверху на поршень (трубка над ним открыта) давит атмосфера, снизу — ртуть с пониженным давлением. Разницу сил и должна компенсировать рука.

Обозначения. p_0 — атмосферное давление, p — давление ртути у поршня, $S = 4$ см^2 — площадь сечения, F — искомая сила; поршень и шток считаем лёгкими, трения нет; ось y — вертикально вверх.

1. Давление ртути под поршнем: закон гидростатики. Поверхность ртути в чаше открыта атмосфере — там давление p_0. Ртуть в трубке и в чаше — одна покоящаяся жидкость, давление в ней с подъёмом на высоту h уменьшается на $\rho g h$ (рисунок 2):

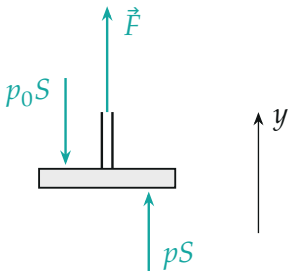
$$p = p_0 - \rho g h.$$

Оно должно быть неотрицательным: p_0 равно 760 мм рт. ст., а столб $h = 500$ мм, поэтому $p > 0$ — ртуть не отрывается от поршня.



На уровне открытой поверхности ртути давление p_0 — и в трубке на том же уровне; у поршня, на h выше, оно меньше на $\rho g h$.

2. Силы, действующие на поршень. Сверху — сила атмосферного давления $p_0 S$ вниз (трубка над поршнем открыта); снизу — сила давления ртути pS вверх; рука тянет шток с силой F вверх (рисунок 3).



Силы, действующие на поршень: сила руки $\vec{F}$ через шток и атмосфера — сверху, ртуть — снизу.

3. Условие равновесия поршня: первый закон Ньютона в проекции на ось y. Поршень поднимают медленно (или держат), поршень лёгкий:

$$F + pS - p_0 S = 0 \quad \Rightarrow \quad F = (p_0 - p)S.$$

Подставим давление из шага 1:

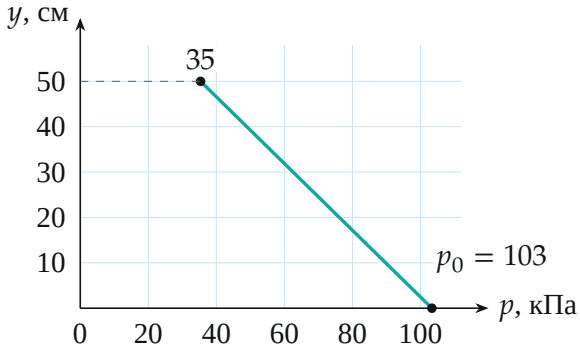
$$F = \rho g h S.$$

Атмосферное давление сократилось: рука компенсирует ровно вес поднятого столба ртути $\rho g\ (hS)$.

4. Числа. $\rho = 13{,}6$ г/см^3 $= 13\,600$ кг/м^3, $h = 0{,}5$ м, $S = 4 \cdot 10^{-4}$ м^2:

$$F = 13\,600\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10\ \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 0{,}5\ \text{м} \cdot 4 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2 \approx 27\ \text{Н}.$$

Давление по высоте ртути убывает линейно от $p_0 \approx 103$ кПа у чаши до $p \approx 35$ кПа у поршня (рисунок 4).



Давление в ртути трубки на высоте y над уровнем чаши: $p = p_0 - \rho g y$; у поршня ($y = 50$ см) — 35 кПа.

Обратите внимание. Ответ не зависит от атмосферного давления, пока ртуть не отрывается от поршня. При h больше 760 мм под поршнем образовалась бы пустота, ртуть дальше не поднималась бы, и сила стала бы равной $p_0 S \approx 41$ Н.

Ответ:

$$F = (p_0 - p)S = \rho g h S \approx 27\ \text{Н}.$$

Проверка. Размерность: кг/м^3 $\cdot$ Н/кг $\cdot$ м $\cdot$ м^2 $=$ Н. Предел $h \to 0$: $F \to 0$ — поршень на уровне чаши, давления сверху и снизу равны, верно. Второй способ: столб ртути массой $\rho h S = 2{,}72$ кг держит разность давлений, его вес $2{,}72 \cdot 10 = 27{,}2$ Н (python).

Ответ. $F = \rho g h S \approx 27$ Н.