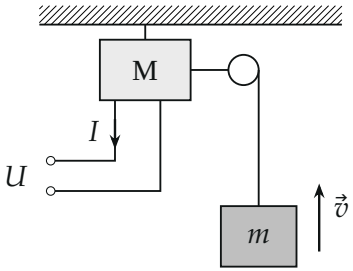
КПД электромотора

Задача 4. [Курчатов 2016/17, 8 класс, задача 4] С помощью электромотора груз массой 50 кг поднимают вверх. При этом груз движется с постоянной скоростью 3,5 см/с. На мотор подаётся постоянное напряжение 70 В, через мотор течёт ток силой 500 мА. Найдите КПД электромотора. Ускорение свободного падения 10 Н/кг.



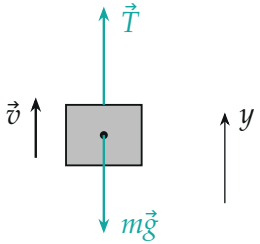
Поясняющий рисунок: мотор M на напряжении U с током I наматывает трос на барабан и поднимает груз m со скоростью v.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на КПД: мотор берёт из сети электрическую энергию, часть её уходит в потенциальную энергию груза (полезная), остальное — в нагрев обмоток и трение. Груз движется равномерно, его кинетическая энергия не меняется, поэтому вся полезная работа идёт на подъём. Удобно сравнивать мощности — энергию за одну секунду.

Обозначения. $m = 50$ кг, $v = 3{,}5$ см/с $= 0{,}035$ м/с, $U = 70$ В, $I = 500$ мА $= 0{,}5$ А, $g = 10$ Н/кг; $P_{\text{п}}$ — полезная мощность, $P_{\text{з}}$ — затраченная, η — КПД; ось y — вверх.

1. Сила натяжения троса: первый закон Ньютона для груза в проекции на ось y. Зачем: полезная мощность — это мощность силы, с которой трос тянет груз. Груз движется с постоянной скоростью, значит, силы уравновешены (рисунок 2):

$$T - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad T = mg = 50 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} = 500 \text{ Н}.$$



Силы, действующие на груз: натяжение троса $\vec{T}$ и сила тяжести $m\vec{g}$; скорость постоянна — силы равны по модулю.

2. Полезная мощность: определение мощности силы. За время t груз поднимается на $h = vt$, трос совершает работу $A_\text{п} = Th = mgvt$ — ровно на столько растёт потенциальная энергия груза. За одну секунду:

$$P_\text{п} = \frac{A_\text{п}}{t} = mgv = 500\ \text{Н} \cdot 0{,}035\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = 17{,}5\ \text{Вт}.$$

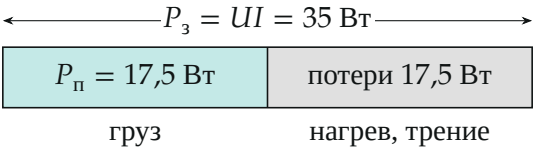
3. Затраченная мощность: мощность электрического тока. Мотор потребляет из сети

$$P_\text{з} = UI = 70\ \text{В} \cdot 0{,}5\ \text{А} = 35\ \text{Вт}.$$

4. КПД: определение.

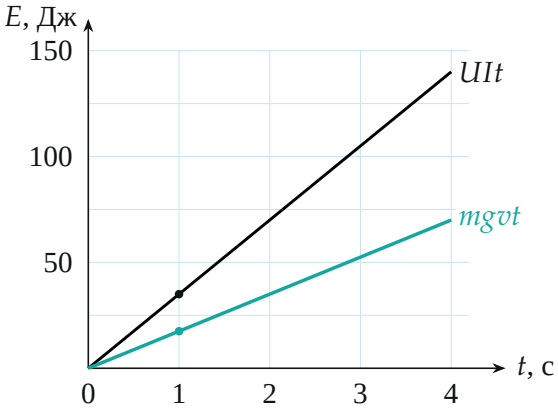
$$\eta = \frac{P_\text{п}}{P_\text{з}} = \frac{mgv}{UI} = \frac{17{,}5\ \text{Вт}}{35\ \text{Вт}} = 0{,}5 = 50\,\%.$$

Куда идёт энергия — на рисунке 3: из каждых 35 Дж, полученных за секунду, 17,5 Дж поднимают груз, 17,5 Дж уходят в тепло.



Баланс мощности мотора: половина потребляемой мощности уходит в потенциальную энергию груза.

5. Энергия за время подъёма. Чтобы увидеть то же на графике, построим энергии от времени (рисунок 4): потребляемая UIt растёт со скоростью 35 Дж/с, потенциальная энергия груза $mgvt$ — со скоростью 17,5 Дж/с; отношение ординат в любой момент — КПД.



Энергия, взятая из сети (чёрная прямая), и потенциальная энергия груза (бирюзовая) от времени; точки — значения за первую секунду: 35 и 17,5 Дж.

Обратите внимание. Работа против силы тяжести — вся полезная работа только потому, что скорость постоянна: при разгоне груза часть энергии ушла бы и в кинетическую.

Ответ:

$$\eta = \frac{mgv}{UI} = 50\,\%.$$

Проверка. Размерность: $\dfrac{\text{кг} \cdot \text{Н/кг} \cdot \text{м/с}}{\text{В} \cdot \text{А}} = \dfrac{\text{Вт}}{\text{Вт}}$ — безразмерно. $\eta < 1$, как и должно быть. Второй способ: за время подъёма на 1 м ($t = 1/0{,}035 \approx 28{,}6$ с) груз получает $mgh = 500$ Дж, мотор берёт $UIt = 35 \cdot 28{,}6 = 1000$ Дж (python) — снова половина.

Ответ. $\eta = \dfrac{mgv}{UI} = 50\,\%$.