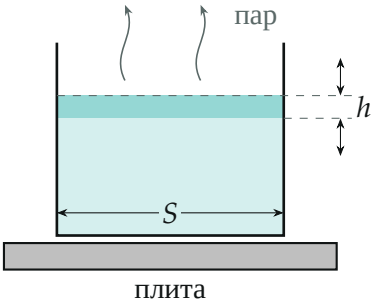
КПД электроплиты

Задача 4. [Курчатов 2016/17, 9 класс, задача 4] На электрической плите стоит цилиндрическая кастрюля с кипящей водой. За $t = 10$ мин уровень воды в кастрюле уменьшился на $h = 2$ мм. Найдите КПД электроплиты, если она работает от источника постоянного тока напряжением $U = 220$ В, сопротивление нагревательной спирали $R = 50$ Ом, площадь поперечного сечения кастрюли $S = 350$ см^2. Полезной работой плиты считайте теплоту, переданную воде в кастрюле. Удельная теплота парообразования воды $L = 2{,}3$ МДж/кг, плотность воды $\rho = 1{,}0$ г/см^3.



Поясняющий рисунок: за время t выкипел слой воды толщиной h (тёмная полоса) по всему сечению S.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на тепловой баланс и КПД нагревателя. Вода уже кипит, поэтому её температура не меняется: вся теплота, которую получает вода, уходит на превращение воды в пар. По убыли уровня найдём массу выкипевшей воды, по ней — полезную теплоту. Затраченная энергия — джоулева теплота спирали за то же время. КПД — их отношение.

Обозначения. Δm — масса выкипевшей воды; $Q_\text{п}$ — полезная теплота (переданная воде), $Q_\text{з}$ — затраченная энергия (выделилась в спирали); η — КПД.

1. Масса выкипевшей воды. Кастрюля цилиндрическая: уровень опустился на h по всему сечению, значит, выкипел слой объёмом Sh

(рисунок 1):

$$\Delta m = \rho S h = 1000\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0{,}035\ \text{м}^2 \cdot 0{,}002\ \text{м} = 0{,}070\ \text{кг}.$$

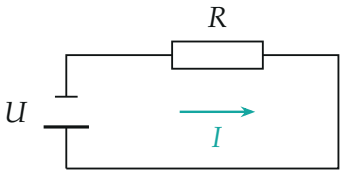
2. Полезная теплота: теплота парообразования. Вода кипит при постоянной температуре, всё полученное тепло идёт на испарение:

$$Q_\text{п} = L\,\Delta m = L\rho S h = 2{,}3 \cdot 10^6\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 0{,}070\ \text{кг} = 1{,}61 \cdot 10^5\ \text{Дж}.$$

3. Затраченная энергия: закон Джоуля — Ленца. Спираль подключена к источнику постоянного напряжения U (рисунок 2), мощность тока $P = U^2/R$:

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{(220\ \text{В})^2}{50\ \text{Ом}} = 968\ \text{Вт},$$

$$Q_\text{з} = Pt = \frac{U^2 t}{R} = 968\ \text{Вт} \cdot 600\ \text{с} = 5{,}81 \cdot 10^5\ \text{Дж}.$$

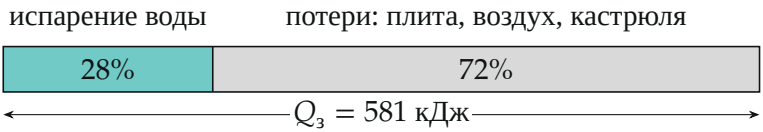


Электрическая схема плиты: спираль R подключена к источнику постоянного напряжения U.

4. КПД: определение. Полезная теплота, делённая на затраченную энергию за то же время t:

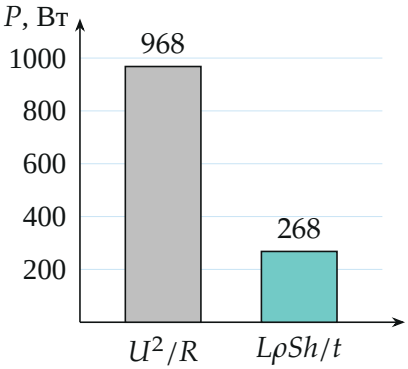
$$\eta = \frac{Q_\text{п}}{Q_\text{з}} = \frac{L\rho S h R}{U^2 t} = \frac{1{,}61 \cdot 10^5}{5{,}81 \cdot 10^5} \approx 0{,}277 \approx 28\%.$$

Остальные 72% энергии уходят на нагрев воздуха, самой плиты и стенок кастрюли (рисунок 3).



Куда уходит энергия спирали за 10 *мин: бирюзовая часть — полезная теплота* 161 *кДж.*

Для наглядности — мощности (рисунок 4): плита потребляет 968 Вт, а на испарение идёт $Q_п/t \approx 268$ Вт.



Потребляемая мощность спирали и мощность, идущая на испарение воды.

Обратите внимание. Нагревать воду до кипения не нужно — она уже кипит, и слагаемого $cm\Delta T$ в полезной теплоте нет. Площадь сечения переводим в м^2: 350 см^2 = 0,035 м^2.

Ответ:

$$\eta = \frac{L\rho ShR}{U^2 t} \approx 0{,}28 = 28\%.$$

Проверка. Размерность: $\dfrac{\text{Дж/кг} \cdot \text{кг/м}^3 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{Ом}}{\text{В}^2 \cdot \text{с}} = \dfrac{\text{Дж} \cdot \text{Ом}}{\text{В}^2 \cdot \text{с}}$, а $\text{В}^2/\text{Ом} = \text{Вт} = \text{Дж/с}$ — безразмерно. Смысл: $\eta < 1$, и при большем h за то же время КПД растёт — верно. Python: $0{,}07 \cdot 2{,}3 \cdot 10^6/(968 \cdot 600) = 0{,}2773$.

Ответ. $\eta = \dfrac{L\rho ShR}{U^2 t} \approx 28\%$.