Диод и четыре резистора

Задача 5. [Курчатов 2017/18, 10 класс, задача 5] Из четырёх резисторов и идеального диода собрана электрическая цепь, схема которой показана на рисунке 2. Сопротивление $R = 10$ кОм. Определите силу тока, который будет протекать через диод, если к клеммам A и B подключить идеальный источник напряжения $U = 10$ В.

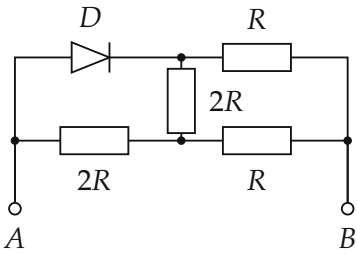


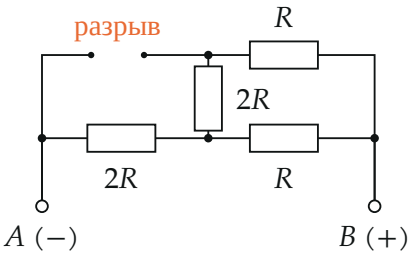
Рисунок 2 из условия.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на цепь с идеальным диодом. Идеальный диод в прямом направлении — просто провод, в обратном — разрыв. Полярность источника в условии не указана, поэтому разбираем оба подключения: сначала решаем, открыт ли диод, затем считаем токи по законам Ома и Кирхгофа.

Обозначения. M — верхний узел (справа от диода), N — средний узел нижней ветви; потенциал клеммы B примем за ноль, $\varphi_A = U$ при плюсе на A; I_1 — ток через резистор $2R$ между M и N, I_2 — ток через резистор R между M и B, I — ток через диод.

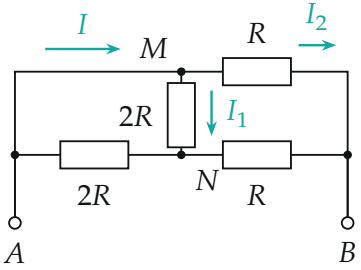
1. Плюс источника на B: диод закрыт. Диод пропускает ток только по стрелке — от A к M. Если бы ток через него шёл, он шёл бы от A к M, значит, $\varphi_A > \varphi_M$. Но при плюсе на B клемма A имеет самый низкий потенциал в цепи (все точки цепи соединены с B через резисторы и лежат между φ_A и φ_B), так что $\varphi_M \geqslant \varphi_A$ и диод заперт:

$$I = 0.$$



Плюс на B: диод заперт и заменён разрывом; потенциал M лежит между φ_A и φ_B, ток через диод равен нулю.

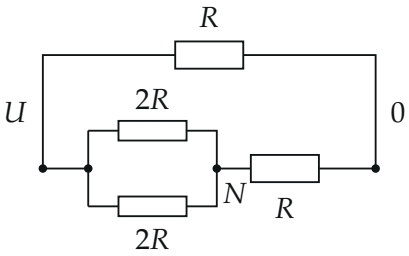
2. Плюс источника на A: диод открыт. Предположим, что диод открыт; тогда он — провод, и $\varphi_M = \varphi_A = U$ (рисунок 3). Предположение проверим в конце по знаку тока.



Открытый диод заменён проводом: узел M имеет потенциал клеммы A. Ток диода I растекается по ветвям MB и MN.

3. Потенциал узла N: закон сохранения заряда (первое правило Кирхгофа) для узла N. В узел N ток втекает из A через $2R$ и из M через $2R$, вытекает к B через R. Так как $\varphi_M = \varphi_A = U$, оба резистора $2R$ включены между потенциалом U и узлом N — параллельно, вместе это R (рисунок 4). Получается делитель из двух равных сопротивлений R и R:

$$\frac{U-\varphi_N}{2R}+\frac{U-\varphi_N}{2R}=\frac{\varphi_N-0}{R} \quad\Rightarrow\quad \varphi_N=\frac{U}{2}.$$



Эквивалентная схема: два резистора $2R$ от потенциала U к узлу N параллельны (вместе R), а NB — ещё R; верхняя ветвь R подключена к U и 0 напрямую.

4. Токи ветвей: закон Ома для участка цепи.

$$I_2 = \frac{\varphi_M - \varphi_B}{R} = \frac{U}{R} = \frac{10\ \text{В}}{10\ \text{кОм}} = 1\ \text{мА},$$

$$I_1 = \frac{\varphi_M - \varphi_N}{2R} = \frac{U/2}{2R} = \frac{U}{4R} = 0{,}25\ \text{мА}.$$

5. Ток через диод: первое правило Кирхгофа для узла M. Всё, что втекает в M, приходит через диод:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R} + \frac{U}{4R} = \frac{5U}{4R} = 1{,}25\ \text{мА}.$$

Ток положителен, то есть идёт по стрелке диода — предположение «диод открыт» верно.

Обратите внимание. Резистор $2R$ между M и N при открытом диоде не «висит» без тока: точка N имеет потенциал $U/2$, а не U, и через него идёт четверть миллиампера.

Ответ:

$$I = \frac{5U}{4R} = 1{,}25\ \text{мА}\ \ (\text{плюс на } A); \qquad I = 0\ \ (\text{плюс на } B).$$

Проверка. Размерность: В/кОм = мА. Второй способ — через ток источника: от A уходит I через диод и $(U - U/2)/2R = 0{,}25$ мА через нижний $2R$, всего 1,5 мА; к B приходит $I_2 + \varphi_N/R = 1 + 0{,}5 = 1{,}5$ мА

— баланс сошёлся (python, решение системы узловых потенциалов даёт те же числа).

Ответ. $I = \dfrac{5U}{4R} = 1{,}25$ мА, если плюс источника подключён к A (диод открыт); при обратной полярности диод закрыт и $I = 0$.