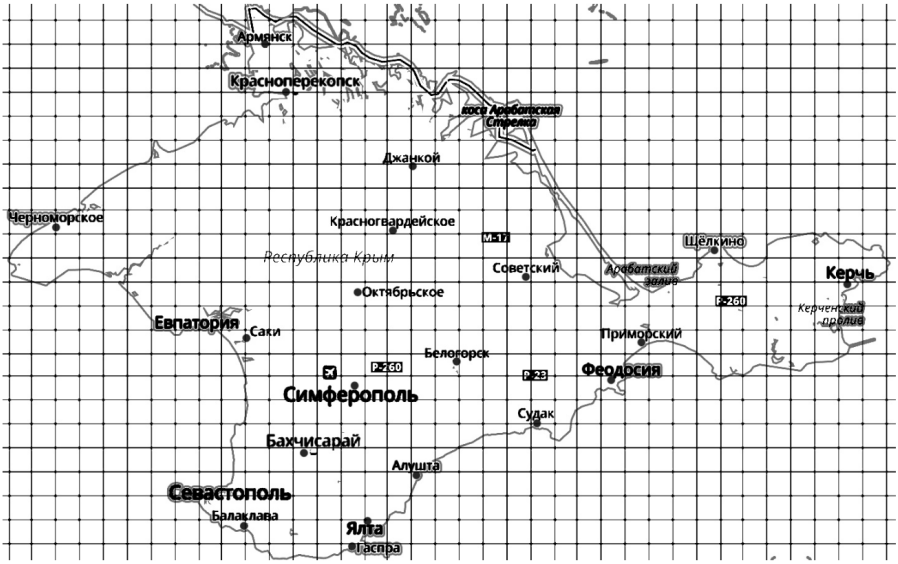
Расстояние по карте Крыма

Задача 5. [Курчатов 2017/18, 7 класс, задача 5] Перед вами карта Крыма, площадь Крыма составляет 27 000 км^2. Воспользовавшись картой, определите приблизительное расстояние в километрах между городами Красноперекопск и Бахчисарай.

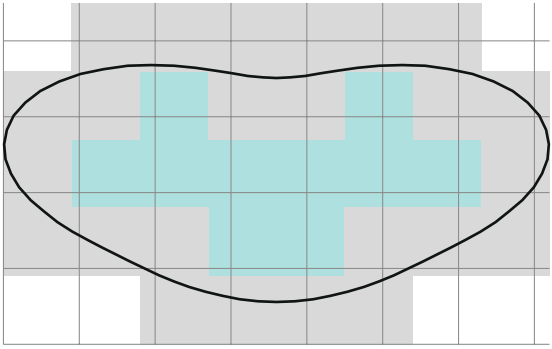


▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на измерение по карте без масштаба. Масштаб заменяет известная площадь: сетка делит карту на одинаковые квадраты, и если узнать, сколько квадратов занимает Крым, то станет известна площадь одного квадрата, а значит, и длина его стороны в километрах. После этого расстояние между городами меряется числом сторон клетки.

Обозначения. $S = 27\,000$ км^2 — площадь Крыма; c — площадь одной клетки, $s = \sqrt{c}$ — длина стороны клетки; a — число целых клеток внутри контура полуострова, b — число клеток, через которые проходит берег (неполных); N — расстояние между городами в сторонах клетки; L — искомое расстояние.

1. Площадь по клеткам: метод палетки. Считаем клетки, целиком лежащие внутри контура (на рисунке 2 — бирюзовые), и клетки, которые берег режет (серые). Неполная клетка в среднем заполнена наполовину: часть их занята сушей больше чем на половину, часть меньше, ошибки взаимно гасятся. Поэтому

$$S \approx \left(a + \frac{b}{2}\right) c.$$



Метод палетки на кусочке карты: бирюзовые клетки целиком внутри контура (они дают a), серые — пересечены берегом (они дают b, каждая считается за половину).

На карте условия получается примерно

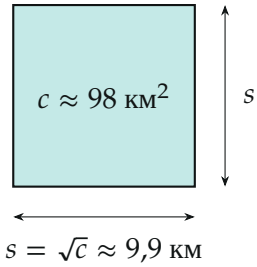
$$a \approx 250, \qquad b \approx 50, \qquad a + \frac{b}{2} \approx 275 \text{ клеток}.$$

2. Площадь и сторона одной клетки. Из формулы шага 1

$$c = \frac{S}{a + b/2} = \frac{27\,000 \text{ км}^2}{275} \approx 98 \text{ км}^2.$$

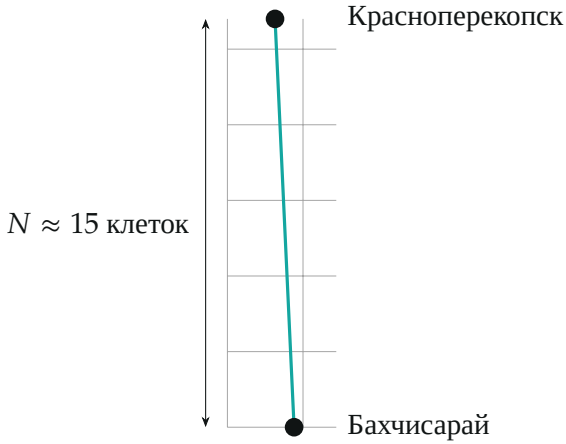
Клетка — квадрат, её площадь — квадрат стороны:

$$c = s^2 \quad \Rightarrow \quad s = \sqrt{c} = \sqrt{98 \text{ км}^2} \approx 9{,}9 \text{ км}.$$



Одна клетка карты: площадь известна из шага 2, сторона — корень из площади.

3. Расстояние между городами в клетках. Красноперекопск и Бахчисарай лежат почти на одной вертикали сетки: Бахчисарай на полклетки правее. Вдоль вертикали между ними укладывается $N \approx 15$ сторон клетки; смещение на полклетки вбок меняет длину отрезка меньше чем на процент ($\sqrt{15^2 + 0{,}7^2} \approx 15{,}02$), его можно не учитывать.



Отрезок между городами на сетке карты: почти вдоль вертикали, 15 сторон клетки.

4. Расстояние в километрах. Каждая сторона клетки — s километров, поэтому

$$L = Ns = N\sqrt{\frac{S}{a + b/2}} \approx 15 \cdot 9{,}9 \text{ км} \approx 148 \text{ км}.$$

Обратите внимание. Считать надо площадь, а не длину: сторону клетки даёт корень из площади клетки. Ошибка в подсчёте клеток на 10 % меняет s лишь на 5 % — оценка устойчивая.

Ответ: $L = N\sqrt{\dfrac{S}{a + b/2}} \approx 148$ км (допустимо 140–160 км: подсчёт клеток приближённый).

Проверка. Размерность: $\sqrt{\text{км}^2} = $ км. Правдоподобие: на карте Крым от Черноморского до Керчи — около 33 клеток, $33 \cdot 9{,}9 \approx 330$ км, что близко к известной длине полуострова с запада на восток (около 325 км). Масштаб найден верно, значит, и 148 км — разумная оценка.

Ответ. $L \approx 148$ км (примерно 15 клеток по $\approx 9{,}9$ км).