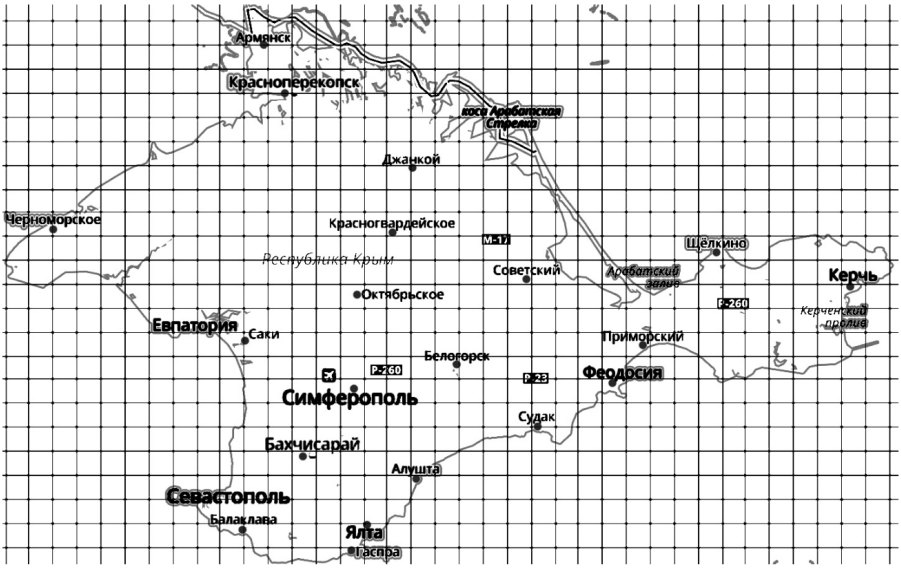
Расстояние по карте Крыма

Задача 1. [Курчатов 2017/18, 8 класс, задача 1] Перед вами карта Крыма. Площадь Крыма составляет 27 000 км^2. Воспользовавшись картой, определите приблизительное расстояние в километрах между городами Красноперекопск и Бахчисарай.



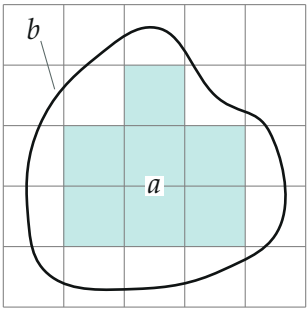
Карта из условия: Крым на квадратной сетке.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача-оценка на масштаб. Масштаба на карте нет, зато есть сетка из одинаковых квадратов и известная площадь полуострова. Число клеток, которые занимает Крым, вместе с его площадью даёт площадь одной клетки, а из неё — длину стороны клетки в километрах. Расстояние между городами в клетках измеряем по карте и переводим в километры.

Обозначения. $S = 27\,000$ км^2 — площадь Крыма; a — число клеток, целиком лежащих на суше; b — число клеток, через которые проходит берег; c — площадь одной клетки, $d = \sqrt{c}$ — её сторона; n — расстояние между городами в клетках; L — искомое расстояние.

1. Площадь клетки: метод палетки. Клетка, лежащая на суше целиком, даёт площадь c. Клетку, через которую проходит берег, суша занимает частично — от малой доли до почти всей; в среднем по многим таким клеткам — наполовину. Поэтому

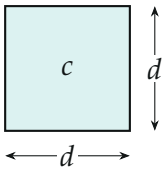
$$S \approx \left(a + \frac{b}{2}\right)c.$$



Метод палетки: бирюзовые клетки лежат на суше целиком (их a), клетки, через которые проходит берег (их b), считаются за половину.

Подсчёт по карте даёт примерно $a \approx 250$ целых клеток и $b \approx 50$ клеток на берегу. Отсюда

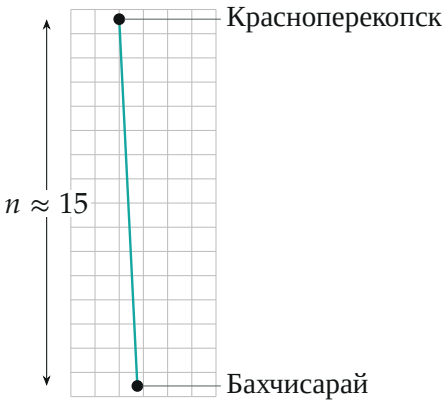
$$c = \frac{S}{a + b/2} = \frac{27\,000}{250 + 25}\ \text{км}^2 \approx 98\ \text{км}^2, \qquad d = \sqrt{c} \approx 9{,}9\ \text{км}.$$



Одна клетка: площадь c, сторона $d = \sqrt{c} \approx 9{,}9$ км.

2. Расстояние в клетках. Отрезок от Красноперекопска до Бахчисарая идёт почти точно вдоль вертикальных линий сетки: по вертикали он пересекает около 15 клеток, по горизонтали смещается меньше чем

на одну клетку. По теореме Пифагора поправка от смещения $\Delta x \approx 0{,}75$ клетки ничтожна: $\sqrt{15^2 + 0{,}75^2} \approx 15{,}02$. Берём $n \approx 15$.



Отрезок между городами на сетке карты: около 15 клеток по вертикали, смещение по горизонтали меньше клетки.

3. Расстояние в километрах. Каждая клетка по длине — d километров:

$$L = n\,d = n\sqrt{\frac{S}{a + b/2}} \approx 15 \cdot 9{,}9 \text{ км} \approx 150 \text{ км}.$$

Обратите внимание. Это оценка: подсчёт клеток на берегу «за половину» и само число n дают ошибку порядка нескольких процентов, поэтому ответ разумно округлять до десятков километров. По настоящим координатам городов расстояние около 135 км — оценка по карте попадает с точностью около 10 %.

Ответ: $L = n\sqrt{\dfrac{S}{a + b/2}} \approx 150$ км.

Проверка. Размерность: $\sqrt{\text{км}^2} = $ км. Порядок величины: от Черноморского до Керчи на карте около 33 клеток, то есть ≈ 330 км; по справочнику длина полуострова с запада на восток около 325 км — масштаб найден верно.

Ответ. $L \approx 150$ км (по подсчёту клеток $15\sqrt{98}$ км ≈ 148 км).