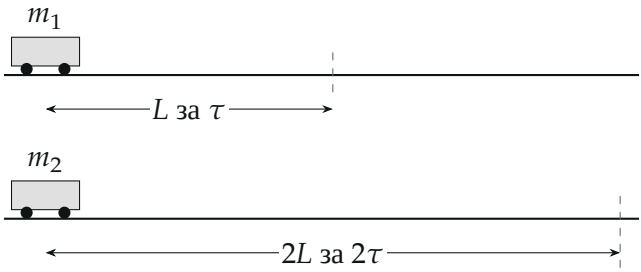
Электромобили с одинаковыми двигателями

Задача 3. [Курчатов 2017/18, 8 класс, задача 3] Два школьника создали модели электромобилей с одинаковыми двигателями и пустили их по трассе. Первый электромобиль, двигаясь из состояния покоя, проехал расстояние L за время τ, второй электромобиль проехал расстояние $2L$, за время 2τ, также покоившись до начала движения. Найдите отношение масс электромобилей, если известно, что каждый из них, всё время увеличивал свою скорость равномерно.



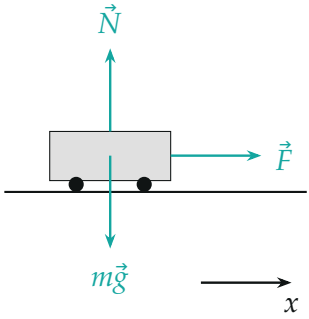
Поясняющий рисунок: оба электромобиля стартуют из покоя, первый проезжает L за τ, второй — $2L$ за 2τ.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на второй закон Ньютона и равноускоренное движение. «Одинаковые двигатели» — одинаковая сила тяги F; трение и сопротивление воздуха не учитываем. Тогда ускорение обратно пропорционально массе: тяжёлая машина разгоняется медленнее. Ускорения находим из пути и времени разгона из покоя.

Обозначения. m_1, m_2 — массы электромобилей; a_1, a_2 — их ускорения; F — сила тяги двигателя; ось x — вдоль трассы по движению.

1. Второй закон Ньютона для каждого электромобиля в проекции на ось x. Сила тяжести и сила реакции трассы вертикальны и друг друга уравновешивают; вдоль x действует только сила тяги (рисунок 2):

$$m_1 a_1 = F, \qquad m_2 a_2 = F \quad \Rightarrow \quad \frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}.$$

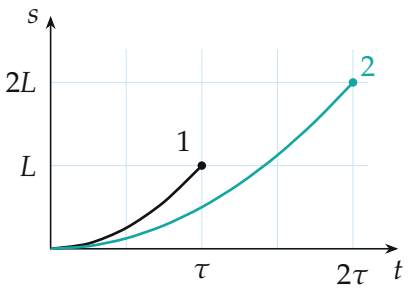


Силы на электромобиль: сила тяги $\vec{F}$ вдоль трассы, сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции $\vec{N}$ уравновешены.

2. Ускорения: равноускоренное движение из покоя. Скорость растёт равномерно, начальная скорость ноль, поэтому путь за время t равен $s = at^2/2$, откуда $a = 2s/t^2$:

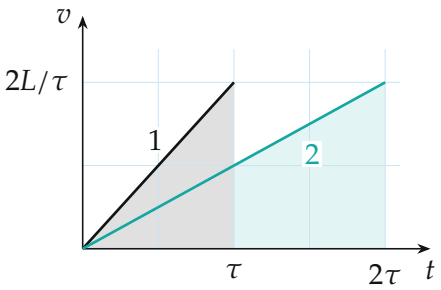
$$a_1 = \frac{2L}{\tau^2}, \qquad a_2 = \frac{2 \cdot 2L}{(2\tau)^2} = \frac{L}{\tau^2}.$$

Второй электромобиль разгоняется вдвое слабее (рисунок 3).



Путь от времени, $s = at^2/2$: первый электромобиль (чёрная парабола) за τ проезжает L, второй (бирюзовая) за 2τ — $2L$; при одном t второй везде проехал вдвое меньше.

Тот же вывод видно на графике скорости (рисунок 4): путь — площадь под графиком $v(t)$, наклон графика — ускорение. Оба электромобиля к концу разгона набирают одну и ту же скорость $2L/\tau$, но второй — вдвое дольше.



Скорость от времени: наклон прямой 1 вдвое больше ($a_1 = 2a_2$); площадь под прямой 1 (серая) равна L, под прямой 2 (бирюзовая) — $2L$.

3. Отношение масс.

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{2L/\tau^2}{L/\tau^2} = 2.$$

Обратите внимание. Средняя скорость у обоих одна и та же, L/τ, но ускорения разные: за вдвое большее время равноускоренное движение из покоя дало бы вчетверо больший путь при том же ускорении, а второй проехал лишь вдвое больше.

Ответ: $\dfrac{m_2}{m_1} = \dfrac{a_1}{a_2} = 2$: второй электромобиль вдвое тяжелее.

Проверка. Второй способ — через путь за одинаковое время. При равных силах путь за одно и то же время обратно пропорционален массе. За время τ второй проехал $a_2\tau^2/2 = L/2$, первый — L; путь вдвое меньше — масса вдвое больше. Размерность: $a = 2s/t^2$ — м/с^2, отношение масс безразмерно.

Ответ. $\dfrac{m_2}{m_1} = 2.$