Цепь с идеальным амперметром

Задача 5. [Курчатов 2017/18, 8 класс, задача 5] На изображённой схеме сопротивления всех резисторов одинаковы и равны по 10 Ом каждый. Определите показания амперметра, считая его идеальным. Напряжение источника 30 В.

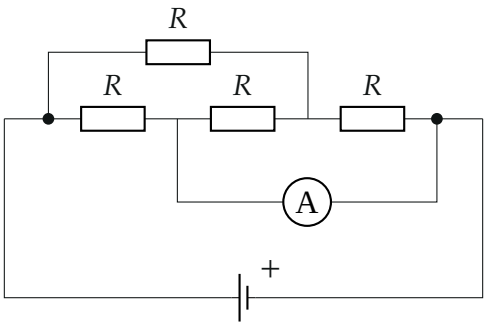
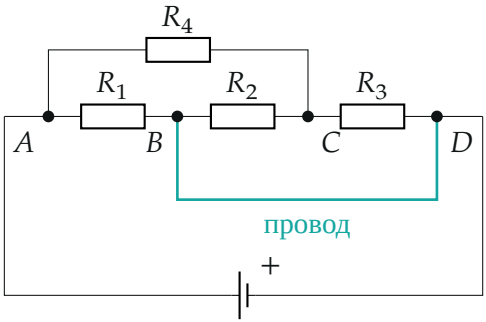


Рисунок к задаче 5.

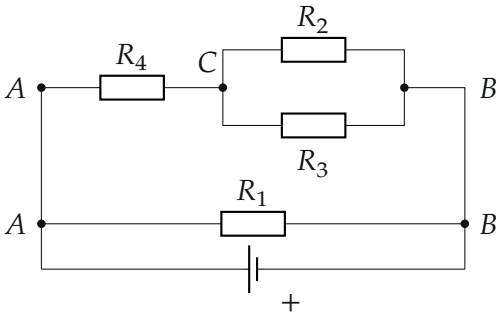
▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на расчёт разветвлённой цепи постоянного тока. Идеальный амперметр не имеет сопротивления — это провод, который соединяет две точки цепи в один узел. После этого цепь сводится к последовательным и параллельным соединениям. Амперметр показывает ток, текущий через этот провод; его находим по первому правилу Кирхгофа (что втекает в узел, то и вытекает).

Обозначения. $R = 10$ Ом — сопротивление каждого резистора; $U = 30$ В — напряжение источника; узлы A, B, C, D — как на рисунке 2; резисторы A–B, B–C, C–D и верхний A–C — R_1, R_2, R_3, R_4; I — ток источника, I_A — показание амперметра.



Амперметр заменён проводом (бирюзовый): точки B и D теперь один узел.

1. Амперметр — провод. Сопротивления у идеального амперметра нет, поэтому потенциалы точек B и D равны: это один узел B. Источник подключён между A и D, то есть между A и B. Перерисуем цепь (рисунок 3): между C и B теперь две ветви — R_2 и R_3, они параллельны; к ним последовательно R_4 от A до C; всё это параллельно R_1 между A и B.



Та же цепь, перерисованная: $R_2 \parallel R_3$ последовательно с R_4, всё параллельно R_1; источник — между A и B.

2. Сопротивление цепи: последовательное и параллельное соединения.

$$R_{23} = \frac{R}{2} = 5\ \text{Ом}, \qquad R_{423} = R + \frac{R}{2} = 15\ \text{Ом},$$

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_{423}}{R_1 + R_{423}} = \frac{10 \cdot 15}{25}\ \text{Ом} = 6\ \text{Ом}.$$

3. Токи по закону Ома. Ток источника и токи ветвей (U приложено и к R_1, и к ветви R_4–R_{23}):

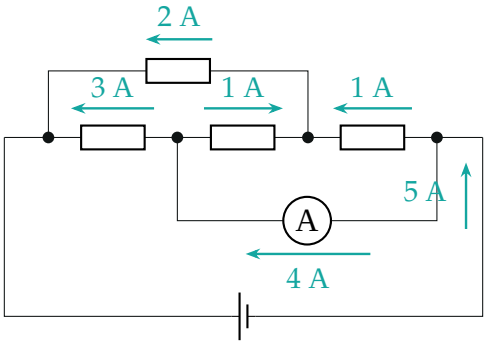
$$I = \frac{U}{R_{\text{общ}}} = 5\ \text{А}, \qquad I_1 = \frac{U}{R_1} = 3\ \text{А}, \qquad I_4 = \frac{U}{R_{423}} = 2\ \text{А}.$$

Ток I_4 в узле C делится между одинаковыми R_2 и R_3 поровну: $I_2 = I_3 = 1$ А.

4. Ток через амперметр: первое правило Кирхгофа. Вернёмся к исходной схеме (рисунок 4). Плюс источника — справа, поэтому ток $I = 5$ А приходит в точку D. Из D он уходит двумя путями: через R_3 к C (1 А) и через амперметр к B. Из B ток уходит через R_1 к A (3 А) и через R_2 к C (1 А); других путей у узла B нет. Значит, через амперметр идёт

$$I_A = I_1 + I_2 = 3\ \text{А} + 1\ \text{А} = 4\ \text{А}.$$

В узле C сходятся $1 + 1 = 2$ А и уходят по R_4 к A; в A собираются $3 + 2 = 5$ А и возвращаются к источнику.



Токи в исходной схеме (плюс источника справа): через R_1 — 3 А, через верхний резистор — 2 А, он делится по 1 А; через амперметр $3 + 1 = 4$ А.

Обратите внимание. Амперметр «закорачивает» участок B–D, но R_2 и R_3 не выпадают из цепи: оба соединяют C с узлом $B = D$ и проводят ток.

Ответ: $I_A = \dfrac{U}{R} + \dfrac{U}{2(R + R/2)} = \dfrac{U}{R} + \dfrac{U}{3R} = \dfrac{4U}{3R} = 4$ А.

Проверка. Узел D: в него приходят 4 А по амперметру и 1 А через R_3, уходит к источнику 5 А — совпадает с полным током. Напряжения: $U_{AC} = 2 \cdot 10 = 20$ В, $U_{CB} = 1 \cdot 10 = 10$ В, сумма 30 В $= U_{AB}$ — верно.

Ответ. $I_A = 4$ А.