Диод и два резистора

Задача 5. [Курчатов 2017/18, 9 класс, задача 5] Из идеального диода D и двух резисторов собрана электрическая цепь, схема которой показана на рисунке 2. Школьник Иннокентий измерил с помощью омметра сопротивление между клеммами A и B. Прибор показал значение 30 кОм. Затем Иннокентий изменил полярность подключения омметра и вновь измерил сопротивление между A и B. В этот раз прибор показал сопротивление 12 кОм. Помогите Иннокентию вычислить сопротивления резисторов R_1 и R_2.

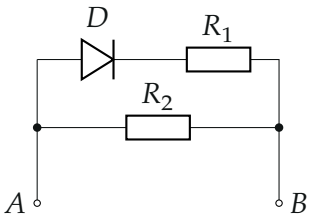


Рис. 2 из условия.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на нелинейный элемент в цепи постоянного тока. Омметр — источник с прибором: он пускает через цепь ток в одну сторону и показывает отношение напряжения к току. Идеальный диод в прямом направлении — просто провод, в обратном — разрыв. Поэтому в одной полярности работает только нижняя ветвь с R_2, а в другой — обе ветви параллельно. Параллельное соединение всегда даёт меньшее сопротивление, чем одна его ветвь, — так и узнаём, какое измерение какое.

Обозначения. $R_б = 30$ кОм и $R_м = 12$ кОм — большее и меньшее показания омметра; R_1, R_2 — искомые сопротивления.

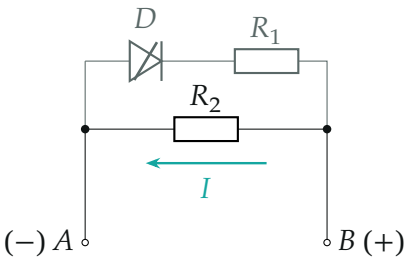
1. Модель идеального диода. Ток через идеальный диод идёт только по стрелке его значка (от треугольника к черте), падения напряжения на нём нет. Против стрелки ток не идёт совсем (рисунок 2).



прямое направление: провод обратное: разрыв

Идеальный диод: по стрелке значка — провод, против стрелки — разрыв цепи.

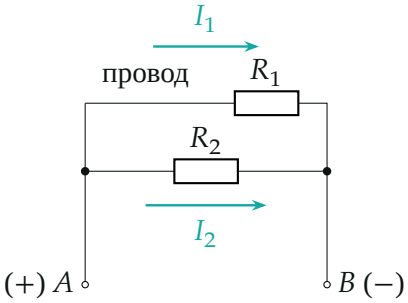
2. Какое измерение какое. При одной полярности омметра диод открыт, и ток идёт по двум ветвям (D–R_1 и R_2) параллельно. При другой диод закрыт, верхняя ветвь разорвана, ток идёт только через R_2. Сопротивление двух параллельных ветвей меньше сопротивления каждой из них (ток получает второй путь). Значит, большее показание $R_б = 30$ кОм — это диод закрыт, меньшее $R_м = 12$ кОм — диод открыт.



Диод закрыт (плюс омметра на B): верхняя ветвь разорвана, ток идёт только через R_2.

3. Диод закрыт: R_2. Омметр видит один резистор:

$$R_б = R_2 \quad \Rightarrow \quad R_2 = 30 \text{ кОм}.$$



Диод открыт (плюс омметра на A): диод заменён проводом, R_1 и R_2 соединены параллельно.

4. Диод открыт: параллельное соединение. Напряжение U омметра одно на обеих ветвях, токи складываются: $I = I_1 + I_2 = U/R_1 + U/R_2$. Омметр показывает U/I:

$$\frac{1}{R_м} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_м} - \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 - R_м}{R_м R_2}, \qquad R_1 = \frac{R_м R_2}{R_2 - R_м}.$$

Подставим числа:

$$R_1 = \frac{12 \cdot 30}{30 - 12}\ \text{кОм} = \frac{360}{18}\ \text{кОм} = 20\ \text{кОм}.$$

Обратите внимание. Полярность в условии не указана, но она и не нужна: какое измерение «с открытым диодом», решает сравнение показаний, а не направление стрелки.

Ответ: $R_2 = R_б = 30$ кОм, $R_1 = \dfrac{R_м R_б}{R_б - R_м} = 20$ кОм.

Проверка. Параллельно 20 и 30 кОм: $\dfrac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12$ кОм — совпадает со вторым показанием. Если бы $R_м$ было равно $R_б$, получилось бы $R_1 \to \infty$: верхняя ветвь не проводит ни в одну сторону — разумно.

Ответ. $R_1 = 20$ кОм, $R_2 = 30$ кОм.