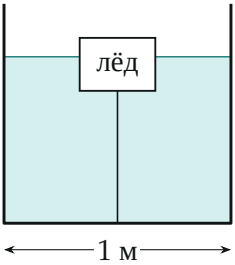
# Льдина на нити в бочке

**Задача 1.** [Курчатов 2018/19, 8 класс, задача 1] В бочке с водой, диаметром 1 м, плавает льдина, которую за верёвочку привязали ко дну. Когда льдина растаяла, то уровень воды в бочке изменился на 1 см. Найдите, чему равнялась сила натяжения нити.




*Поясняющий рисунок: льдина привязана ко дну бочки и погружена глубже, чем свободная.*

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на закон Архимеда и сравнение уровней. Свободная льдина при таянии уровень воды не меняет. Привязанную нить тянет вниз, поэтому она вытесняет больше воды, чем свободная, — и уровень выше. Когда лёд растаял, нить больше ничего не держит, и уровень опускается до того же, что был бы со свободной льдиной. Лишний вытесненный объём даёт и изменение уровня, и силу натяжения.

**Обозначения.** $S = \pi D^2/4$ — площадь дна бочки, $D = 1$ м; $h = 1$ см — изменение уровня; $m$ — масса льда; $V$ — объём воды, который вытесняла бы свободная льдина; $V_1$ — добавочный объём, погружённый из-за нити; $\rho$ — плотность воды, $g = 10$ м/с$^2$.

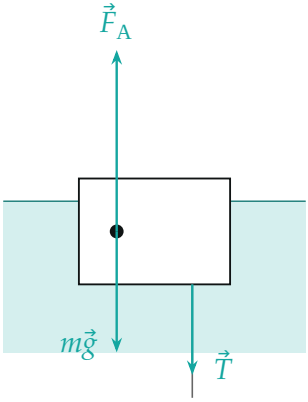
**1. Свободная льдина при таянии уровня не меняет.** Свободная льдина плавает: $\rho g V = mg$, то есть она вытесняет воду массой $m$. Растаяв, она превращается в воду той же массы $m$, объёмом $m/\rho = V$ — ровно в объём своей прежней «ямки» (рисунок 3). Уровень тот же.

**2. Силы на привязанную льдину.** На льдину действуют (рисунок 2) $m\vec{g}$ вниз, сила Архимеда $\vec{F}_\text{A}$ вверх и сила натяжения нити $\vec{T}$ вниз. Пер-

вый закон Ньютона в проекции на вертикаль:

$$F_A - mg - T = 0 \quad \Rightarrow \quad T = F_A - mg = \rho g(V + V_1) - \rho g V = \rho g V_1,$$

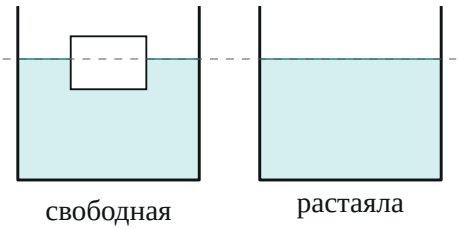
где $V + V_1$ — погружённый объём привязанной льдины.



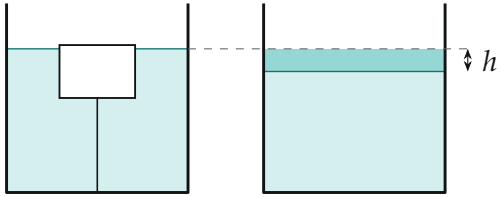

*Силы на привязанную льдину: сила Архимеда уравновешивает силу тяжести и натяжение нити.*

**3. Связь $V_1$ с изменением уровня.** Объём воды в бочке не меняется. Пока лёд привязан, под уровнем воды находятся вода и объём льда $V + V_1$; после таяния — вода и талая вода объёмом $V$ (пункт 1). Разница $V_1$ распределена по всему сечению бочки, поэтому уровень опускается на

$$h = \frac{V_1}{S} \quad \Rightarrow \quad V_1 = hS.$$




*Свободная льдина и та же льдина, растаявшая: уровень одинаковый.*




*Привязанная льдина держит уровень выше на $h$; закрашенный слой объёмом $hS$ — это добавочный погружённый объём $V_1$.*

**4. Ответ.** Подставляем $V_1 = hS$:

$$T = \rho g h S = \rho g h \frac{\pi D^2}{4} = 1000 \cdot 10 \cdot 0{,}01 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 1^2}{4}\ \text{Н} \approx 78{,}5\ \text{Н}.$$

**Обратите внимание.** Уровень после таяния *понижается*: нить заставляла льдину вытеснять лишнюю воду. А то, насколько льдина большая, в ответ не входит — важен только лишний погружённый объём.

**Проверка.** Размерность: $\text{кг/м}^3 \cdot \text{м/с}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2 = \text{Н}$. Предел: $T = 0$ (нить не натянута) — $h = 0$, как у свободной льдины. Второй взгляд: слой воды толщиной 1 см в бочке диаметром 1 м весит $\approx 7{,}85$ кг, то есть 78,5 Н — именно на столько сила Архимеда превышала вес льда.

Смысл: сила натяжения равна весу воды в слое, на который опустился уровень.

**Ответ.** $T = \rho g h \dfrac{\pi D^2}{4} \approx 78{,}5$ Н (при $g = 10$ м/с$^2$; уровень понизился).