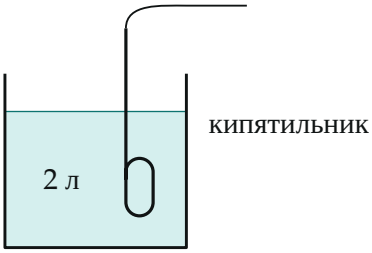
Нагрев воды кипятильником

Задача 2. [Курчатов 2018/19, 8 класс, задача 2] С помощью кипятильника воду объёмом 2 литра нагрели с 80 до 90 °C за 1 минуту. Затем его выключили, и ещё через минуту вода остыла на 1 °C. Найдите мощность кипятильника.



Поясняющий рисунок: вода в сосуде и кипятильник.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на тепловой баланс с потерями. Горячая вода всё время отдаёт теплоту окружающему воздуху. Пока кипятильник работает, вода получает его мощность минус потери; когда выключен — только теряет. По остыванию за минуту узнаём мощность потерь, а через неё — мощность кипятильника. Потери при 80–90 °C считаем одинаковыми: разница температур воды с комнатой меняется мало (на $\sim 15\%$), ниже это оценено.

Обозначения. P — мощность кипятильника, P_0 — мощность теплопотерь; $m = 2$ кг (2 л воды), $c = 4200$ Дж/(кг · °C); $\tau = 60$ с; $\Delta t_1 = 10$ °C — нагрев, $\Delta t_2 = 1$ °C — остывание.

1. Остывание: мощность потерь. Кипятильник выключен (рисунок 3). Теплота, ушедшая в воздух за время τ, равна уменьшению внутренней энергии воды:

$$P_0\tau = cm\,\Delta t_2 \quad \Rightarrow \quad P_0 = \frac{cm\,\Delta t_2}{\tau} = \frac{4200 \cdot 2 \cdot 1}{60}\ \text{Вт} = 140\ \text{Вт}.$$

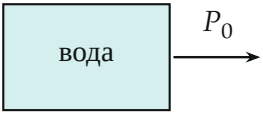
2. Нагрев: закон сохранения энергии. За время τ кипятильник отдаёт воде $P\tau$, а вода теряет $P_0\tau$ (рисунок 2); остаток идёт на нагрев:

$$(P - P_0)\tau = cm\,\Delta t_1.$$



$$cm\,\Delta t_1 = (P - P_0)\tau$$

Нагрев: вода получает P от кипятильника и теряет P_0 в воздух.



$$cm\,\Delta t_2 = P_0\tau$$

Остывание: кипятильник выключен, вода только теряет теплоту.

3. Мощность кипятильника. Складываем уравнения пунктов 1 и 2:

$$P\tau = cm\,(\Delta t_1 + \Delta t_2) \quad \Rightarrow \quad P = \frac{cm\,(\Delta t_1 + \Delta t_2)}{\tau} = \frac{4200 \cdot 2 \cdot 11}{60}\ \text{Вт} = 1540\ \text{Вт}.$$

Без учёта потерь вышло бы $cm\,\Delta t_1/\tau = 1400$ Вт — на 10% меньше. Температура воды во времени — на рисунке 4.



Температура воды: за минуту нагрева $+10\,^\circ C$, за минуту остывания $-1\,^\circ C$.

Обратите внимание. Потери идут и во время нагрева, поэтому теплота кипятильника — это нагрев плюс потери: в формулу входит сумма $\Delta t_1 + \Delta t_2$, а не одно Δt_1.

Проверка. Размерность: $\dfrac{\text{Дж/(кг} \cdot {}^\circ\text{C)} \cdot \text{кг} \cdot {}^\circ\text{C}}{\text{с}} = \text{Вт}$. Предел: без потерь ($\Delta t_2 = 0$) — $P = cm\,\Delta t_1 / \tau$. Оценка допущения: потери пропорциональны разности температур с комнатой ($\approx 20\,{}^\circ$C): при 85 °C (средняя при нагреве) и 89,5 °C (при остывании) они отличаются в $65/69{,}5 \approx 0{,}94$ раза, то есть P_0 при нагреве ≈ 131 Вт, и $P \approx 1531$ Вт — поправка меньше 1%.

Смысл: кипятильник мощностью около полутора киловатт, из которых почти десятая часть уходит в воздух.

Ответ. $P = \dfrac{cm\,(\Delta t_1 + \Delta t_2)}{\tau} = 1540$ Вт.