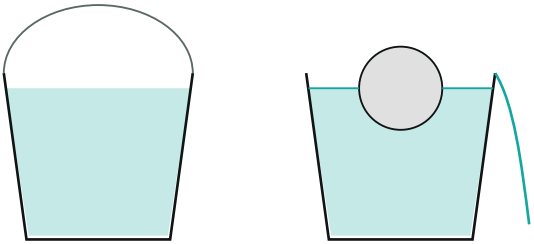
Ведро с водой и плавающий шар

Задача 1. [Курчатов 2019/20, 7 класс, задача 1] Масса металлического ведра, до краёв заполненного водой, равна 14 килограммам. В ведро поместили такой шар, что он плавает на поверхности воды, погрузившись в него ровно наполовину. Найдите массу ведра с водой и погружённым в него шаром.



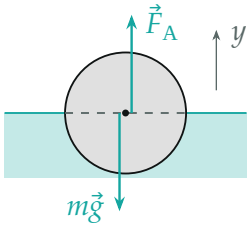
Поясняющий рисунок: ведро, полное до краёв, и то же ведро с плавающим шаром — часть воды вылилась.

▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на плавание тел и закон Архимеда. Шар, опущенный в полное ведро, вытесняет воду, и она выливается через край. Масса ведра изменится на массу шара минус масса вылившейся воды. Сравним эти две массы.

Обозначения. $M = 14$ кг — масса ведра с водой до опыта; m — масса шара, V — его объём; ρ — плотность воды; $V_{\text{погр}} = \dfrac{V}{2}$ — объём погружённой части шара; $m_{\text{выл}}$ — масса вылившейся воды.

1. Условие плавания шара: первый закон Ньютона. Шар покоится, значит, сила тяжести уравновешена силой Архимеда (рисунок 2). В проекции на вертикальную ось y, направленную вверх:

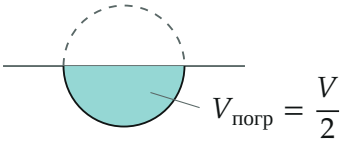
$$F_{\text{A}} - mg = 0, \qquad F_{\text{A}} = \rho g V_{\text{погр}} \quad \Rightarrow \quad m = \rho V_{\text{погр}} = \rho \frac{V}{2}.$$



Силы, действующие на плавающий шар: сила тяжести $m\vec{g}$ и сила Архимеда $\vec{F}_A$.

2. Сколько воды вылилось. Вода стояла вровень с краем, поэтому вылилось ровно столько воды, сколько места заняла погружённая часть шара (рисунок 3):

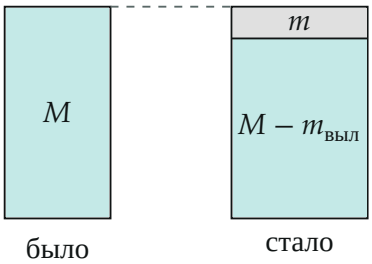
$$m_{\text{выл}} = \rho V_{\text{погр}} = \rho \frac{V}{2}.$$



Объём вылившейся воды равен объёму погружённой половины шара (бирюзовая область).

3. Масса ведра после опыта. Сравним шаги 1 и 2: $m = m_{\text{выл}}$. Значит,

$$M' = M + m - m_{\text{выл}} = M = 14 \text{ кг}.$$



Столбики масс: убыль воды $m_{выл}$ в точности возмещена массой шара m, высота не изменилась.

Обратите внимание. То, что шар погружён именно наполовину, для ответа не нужно: у любого плавающего тела масса вытесненной воды равна массе тела. Это число нужно только чтобы найти плотность шара, $\rho_{ш} = \rho/2$.

Ответ: $M' = M = 14$ кг.

Проверка. Второй способ — через силы: ведро давит на весы с силой, равной весу воды и ведра плюс сила, с которой шар давит на воду, а она равна $F_A = mg$, то есть весу шара; вылившаяся вода весила $\rho g V_{погр} = F_A$ — то же самое. Если бы шар утонул (лёг на дно), он вытеснил бы воды меньше своей массы, и ведро стало бы тяжелее; у плавающего шара этого нет.

Ответ. 14 кг — масса не изменится.