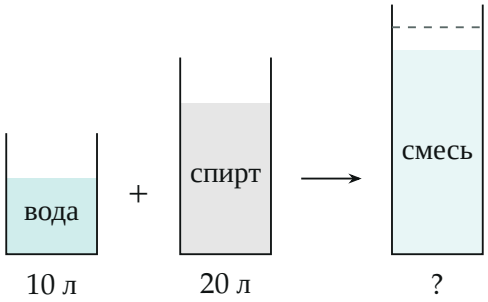
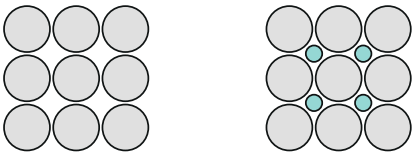
Смешение воды и спирта

Задача 3. [Курчатов 2019/20, 7 класс, задача 3] В рамках химического эксперимента по изучению смешиваемости жидкостей Михаил смешал 10 литров воды и 20 литров этилового спирта. При смешении оказалось, что суммарный объём уменьшился на 10%. Какова плотность полученного раствора, если плотность воды составляет 1 г/см^3, а плотность спирта составляет 0,8 г/см^3?



Поясняющий рисунок: при смешивании объём смеси меньше суммы объёмов (пунктир — 30 л).

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на определение плотности. Плотность смеси — это её масса, делённая на её объём. Масса при смешивании сохраняется (жидкость никуда не делась), а объём — нет: молекулы спирта и воды «упаковываются» плотнее, и объём уменьшился на 10%. Поэтому плотность смеси больше, чем дало бы простое сложение объёмов.

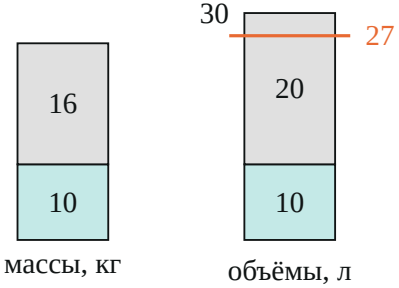


Модель сжатия: мелкие шарики заполняют промежутки между крупными, и общий объём меньше суммы объёмов — так же ведут себя молекулы воды и спирта.

Обозначения. $V_1 = 10$ л, $\rho_1 = 1$ г/см^3 — объём и плотность воды; $V_2 = 20$ л, $\rho_2 = 0{,}8$ г/см^3 — спирта; m, V, ρ — масса, объём и плотность смеси. Удобно: 1 г/см^3 = 1 кг/л.

1. Масса смеси: закон сохранения массы. Масса каждой жидкости $m_i = \rho_i V_i$, а при смешивании массы складываются (рисунок 3):

$$m = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 = 1 \cdot 10 + 0{,}8 \cdot 20 = 10 + 16 = 26 \text{ кг}.$$



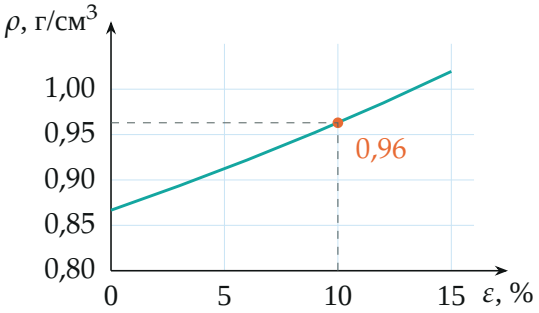
Массы складываются: $10 + 16 = 26$ *кг; объёмы — нет: вместо* 30 *л получилось* 27 *л (красная черта).*

2. Объём смеси. Объём уменьшился на 10% от суммы объёмов:

$$V = (1 - 0{,}1)(V_1 + V_2) = 0{,}9 \cdot 30 = 27 \text{ л}.$$

3. Плотность смеси: определение плотности.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{0{,}9\,(V_1 + V_2)} = \frac{26 \text{ кг}}{27 \text{ л}} \approx 0{,}96 \text{ кг/л} = 0{,}96 \text{ г/см}^3.$$



Плотность смеси $\rho = \dfrac{26}{30(1-\varepsilon)}$ при разном сжатии объёма ε (по вычисленным точкам); в задаче $\varepsilon = 10\%$.

Обратите внимание. Плотность смеси — не среднее арифметическое плотностей (0,9) и даже не «среднее по объёму» $\frac{26}{30} \approx 0{,}87$ г/см^3: сжатие объёма на 10% поднимает её до 0,96 г/см^3 (рисунок 5).

Ответ: $\rho = \dfrac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{0{,}9\,(V_1 + V_2)} = \dfrac{26}{27}$ г/см^3 $\approx 0{,}96$ г/см^3.

Проверка. Размерность: кг/л = г/см^3. Без сжатия ($\varepsilon = 0$) плотность 0,87 г/см^3 лежит между плотностями спирта и воды, ближе к спирту, которого вдвое больше, — разумно. Со сжатием плотность выросла, но осталась меньше плотности воды.

Ответ. $\rho = \dfrac{26}{27}$ г/см^3 $\approx 0{,}96$ г/см^3.