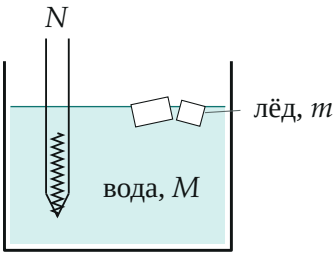
Калориметр с нагревателем и льдом

Задача 4. [Курчатов 2019/20, 8 класс, задача 4] Электрокалориметр, наполненный некоторым количеством воды, нагревают с постоянной мощностью $N = 75$ Вт. В воду, имеющую температуру $0\,^\circ$C, опускают небольшое количество льда и начинают измерять температуру смеси. Через три минуты после помещения льда в калориметр она увеличивается на $\Delta T_1 = 1\,^\circ$C, а к концу четвёртой минуты ещё на $\Delta T_2 = 4\,^\circ$C. Найдите изначальную массу воды в электрокалориметре, а также массу добавленного льда. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 340$ Дж/г, удельная теплоёмкость воды $C = 4{,}2$ Дж/(г$\cdot\,^\circ$C).



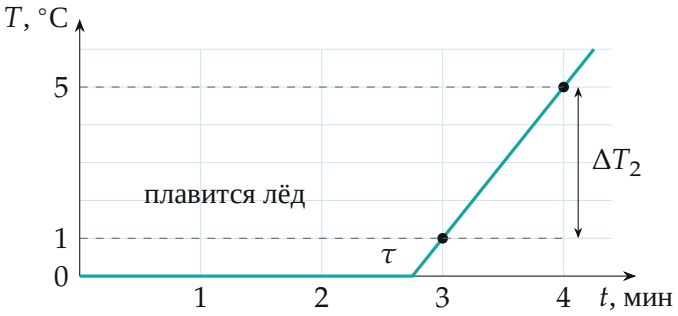
Поясняющий рисунок: в калориметре с нагревателем мощности N — вода массы M при $0\,^\circ$C и брошенный в неё лёд массы m.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на фазовый переход с нагревателем. Пока в воде есть лёд, вся теплота нагревателя идёт на плавление, и температура смеси стоит на $0\,^\circ$C. Когда лёд растаял, та же мощность греет всю воду $M + m$, и температура растёт равномерно — по прямой. Главная идея: по двум измерениям восстановить эту прямую, продолжить её назад до $0\,^\circ$C и так узнать, когда кончилось плавление.

Обозначения. t — время от момента, когда бросили лёд; τ — время плавления; k — скорость роста температуры после плавления. Лёд считаем взятым при $0\,^\circ$C (в условии сказано лишь, что вода при $0\,^\circ$C; если бы лёд был холоднее, часть воды сразу намёрзла бы на него), теплоёмкостью калориметра и потерями пренебрегаем.

1. Качественная картина — график $T(t)$. До момента τ график горизонтален: $T = 0\,^\circ$C. После — прямая: за равные промежутки нагреватель отдаёт равные порции теплоты, а масса нагреваемой воды уже не

меняется. Измерения: $T(3\text{ мин}) = 1\,^\circ\text{C}$, $T(4\text{ мин}) = 1 + 4 = 5\,^\circ\text{C}$. Обе точки лежат на наклонном участке (при 3 мин температура уже выше нуля, значит, лёд растаял раньше).



Температура смеси: горизонтальный участок — плавление льда, наклонная прямая через две измеренные точки — нагрев всей воды. Пересечение прямой с осью времени даёт конец плавления τ.

2. Прямая нагрева и время плавления. Наклон прямой — рост температуры за последнюю минуту:

$$k = \frac{\Delta T_2}{1\text{ мин}} = 4\,\frac{^\circ\text{C}}{\text{мин}}.$$

От $0\,^\circ\text{C}$ до $1\,^\circ\text{C}$ вода грелась $\Delta T_1/k = 1/4$ мин, поэтому плавление закончилось за четверть минуты до третьей минуты:

$$\tau = 3\text{ мин} - \frac{\Delta T_1}{k} = 2{,}75\text{ мин} = 165\text{ с}.$$

То же даёт уравнение прямой $T = kt + b$: из $3k + b = 1$ и $4k + b = 5$ получаем $T = 4t - 11$, и $T = 0$ при $t = 11/4$ мин.

3. Масса льда: уравнение теплового баланса для плавления. За время τ вся теплота нагревателя $N\tau$ пошла на плавление льда при $0\,^\circ\text{C}$:

$$\lambda m = N\tau \quad \Rightarrow \quad m = \frac{N\tau}{\lambda} = \frac{75 \cdot 165}{340}\text{ г} \approx 36{,}4\text{ г}.$$

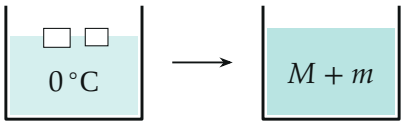
4. Масса воды: уравнение теплового баланса для нагрева. После

плавления в калориметре вода массой $M+m$. За время $\Delta t = 1$ мин $= 60$ с она нагрелась на ΔT_2:

$$C\,(M+m)\,\Delta T_2 = N\,\Delta t \quad \Rightarrow \quad M+m = \frac{N\,\Delta t}{C\,\Delta T_2} = \frac{75\cdot 60}{4{,}2\cdot 4}\ \text{г} \approx 267{,}9\ \text{г},$$

$$M = \frac{N\,\Delta t}{C\,\Delta T_2} - m \approx (267{,}9 - 36{,}4)\ \text{г} \approx 231{,}5\ \text{г}.$$

Можно взять и нагрев на ΔT_1 за 15 с (от τ до 3 мин) — результат тот же: $M + m = 75\cdot 15/(4{,}2\cdot 1)$ г $= 267{,}9$ г.

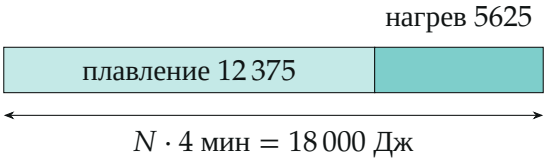


$0 < t < \tau$: $N\tau = \lambda m$ $\qquad$ $t > \tau$: $N\Delta t = C(M+m)\Delta T$

Два этапа: пока лёд плавится, температура 0 °C и теплота уходит на плавление; после — греется вся вода $M + m$.

Обратите внимание. После плавления греется не исходная вода M, а $M + m$: растаявший лёд стал водой. Поэтому из второго уравнения сначала получаем сумму $M + m \approx 267{,}9$ г, и только потом вычитаем массу льда.

Проверка. Энергетический баланс за все 4 минуты (рисунок 4): нагреватель отдал $N \cdot 240$ с $= 18\,000$ Дж; на плавление ушло $\lambda m = 12\,375$ Дж, на нагрев 267,9 г воды на 5 °C — $C(M + m) \cdot 5 = 5625$ Дж; сумма 18 000 Дж — сходится. Размерности: [Вт · с/(Дж/г)] = г.



Теплота нагревателя за 4 минуты делится на плавление льда и нагрев всей воды на 5 °C.

Физический смысл: время «остановки» температуры на нуле измеряет массу льда, а наклон графика после неё — полную массу воды.

Ответ. $m = \dfrac{N\tau}{\lambda} \approx 36{,}4$ г, где $\tau = 165$ с; $M = \dfrac{N \cdot 60\text{ с}}{C\,\Delta T_2} - m \approx 231{,}5$ г.