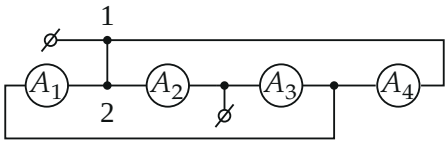
Четыре амперметра в одной цепи

Задача 5. [Курчатов 2019/20, 8 класс, задача 5] В электрическую цепь включено несколько амперметров так, как показано на рисунке. Найдите ток, текущий через участок провода 1-2, если показания амперметров в сумме дают 25 мА. Сопротивления амперметров A_1, A_2, A_3, A_4 относятся соответственно как 1 : 2 : 3 : 1.

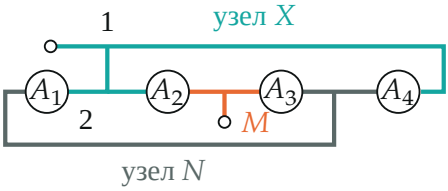


▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на расчёт разветвлённой цепи постоянного тока. Амперметр — просто резистор, ток через который он и показывает. Схема запутана проводами, поэтому сначала найдём, какие точки соединены проводом (это один узел), и перерисуем цепь так, чтобы было видно, что включено параллельно, а что — последовательно. Дальше — закон Ома и закон сохранения заряда в узлах.

Обозначения. r — сопротивление амперметров A_1 и A_4; тогда у A_2 оно $2r$, у A_3 — $3r$. I_1, I_2, I_3, I_4 — токи через амперметры (их показания), U — напряжение между клеммами, I_{12} — ток в проводе 1-2.

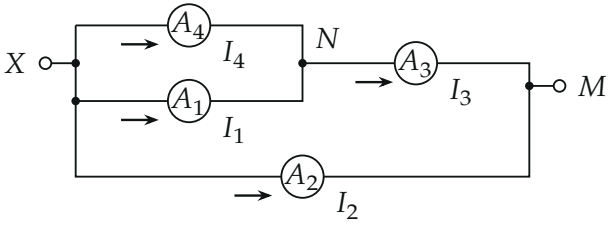
1. Находим узлы. Точки, соединённые проводом без приборов, имеют одинаковый потенциал — это один узел. На схеме три узла (рисунок 2):

- узел X — верхняя клемма, точки 1 и 2 и правый конец A_4 (к нему идёт верхний провод);
- узел M — нижняя клемма между A_2 и A_3;
- узел N — точка между A_3 и A_4 и левый конец A_1 (их соединяет нижний провод).



Провода одного узла выделены одним цветом: X — бирюзовый, M — красный, N — серый.

Теперь видно, между какими узлами стоит каждый прибор: A_1 — между N и X, A_4 — между N и X, A_3 — между M и N, A_2 — между X и M. Перерисуем цепь (рисунок 3): A_1 и A_4 параллельны, к ним последовательно A_3, и вся эта ветвь параллельна A_2.



Эквивалентная схема: $A_1 \parallel A_4$, к ним последовательно A_3; эта ветвь параллельна A_2.

2. Токи в параллельных A_1 и A_4: закон Ома. У A_1 и A_4 одно и то же напряжение U_{XN} и одно сопротивление r, поэтому

$$I_1 = I_4 = \frac{U_{XN}}{r} \equiv I.$$

3. Ток через A_3: закон сохранения заряда для узла N. Всё, что пришло в узел N через A_1 и A_4, уходит через A_3:

$$I_3 = I_1 + I_4 = 2I.$$

4. Ток через A_2: закон Ома для двух ветвей между X и M. Напряжение между клеммами одно и то же для обеих ветвей. Для верхней

ветви оно складывается из напряжений на A_1 и A_3, для нижней — это напряжение на A_2:

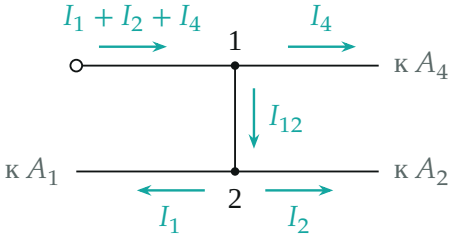
$$U = I_1 r + I_3 \cdot 3r = Ir + 6Ir = 7Ir, \qquad U = I_2 \cdot 2r \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{7}{2} I = 3{,}5\, I.$$

5. Сумма показаний.

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = I + 3{,}5I + 2I + I = 7{,}5\, I = 25\,\text{мА} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{25}{7{,}5} = \frac{10}{3}\,\text{мА}.$$

6. Ток в проводе 1-2: закон сохранения заряда для точки 2. В точку 2 сходятся три провода: от точки 1, от A_1 и от A_2 (рисунок 4). Ток, пришедший к точке 1 от клеммы, делится: часть по верхнему проводу идёт к A_4, остальное — вниз по проводу 1-2 и дальше в A_1 и A_2. Значит,

$$I_{12} = I_1 + I_2 = 4{,}5\, I = 4{,}5 \cdot \frac{10}{3} = 15\,\text{мА}.$$



Токи у провода 1-2: в точке 2 ток I_{12} делится между A_1 и A_2.

Обратите внимание. Ток в проводе 1-2 не показывает ни один амперметр, и он не равен полному току цепи $I_1 + I_2 + I_4 = 7{,}5\, I = 25$ мА: часть тока обходит провод 1-2 по верхнему проводу к A_4.

Ответ: $I_{12} = I_1 + I_2 = \dfrac{4{,}5}{7{,}5} \cdot 25\,\text{мА} = 15\,\text{мА}$.

Проверка. Напряжения ветвей сходятся: при $r = 1$ Ом верхняя ветвь даёт $U = \frac{10}{3} \cdot 1 + \frac{20}{3} \cdot 3 = \frac{70}{3}$ мВ, нижняя — $\frac{35}{3} \cdot 2 = \frac{70}{3}$ мВ. Сумма показаний: $\frac{10}{3} + \frac{35}{3} + \frac{20}{3} + \frac{10}{3} = 25$ мА. Ток в проводе меньше полного тока, как и должно быть.

Ответ. $I_{12} = 15$ мА.