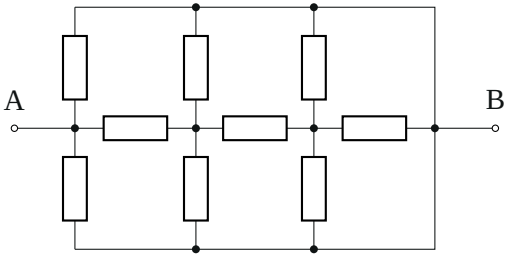
Сопротивление участка цепи AB

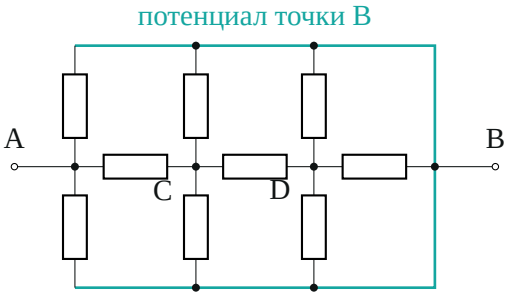
Задача 3. [Курчатов 2020/21, 8 класс, задача 3] Найдите полное сопротивление участка AB электрической цепи, изображённой на рисунке, если сопротивление каждого резистора равно 3 Ом.



▲ **Решение. Что происходит.** Задача на расчёт сопротивления смешанного соединения. Главное — заметить, куда ведут верхний и нижний провода: они соединены с точкой B напрямую, без резисторов. Значит, все «вертикальные» резисторы одним концом подключены к B. После этого цепь превращается в «лесенку», которую сворачиваем с дальнего от A конца.

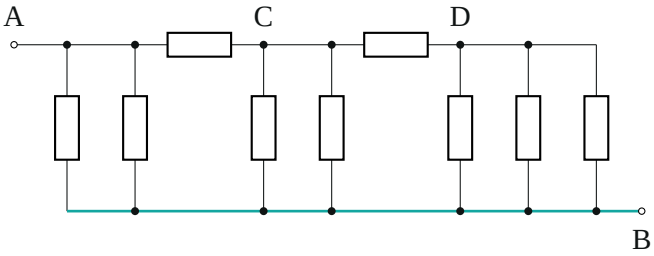
Обозначения. $R = 3$ Ом — сопротивление одного резистора; C и D — второй и третий узлы средней линии (рисунок 2); R_{DB}, R_{CB}, R_{AB} — сопротивления между этими узлами и B.

1. Верхний и нижний провода — это точка B. Провод без резисторов не меняет потенциал, поэтому весь верхний провод и весь нижний имеют потенциал точки B (на рисунке 2 — бирюзовые). От каждого узла A, C, D средней линии к B идут два вертикальных резистора, а между узлами — горизонтальные.



Бирюзовые провода соединены с B без резисторов — у них потенциал точки B.

2. Эквивалентная схема. Перерисуем цепь так, чтобы все провода с потенциалом B стали одной нижней шиной (рисунок 3). Получилась лесенка: от A к B — два резистора параллельно, от A к C — один; от C к B — два параллельно, от C к D — один; от D к B — три параллельно (два вертикальных и последний горизонтальный).



Эквивалентная схема: все бирюзовые провода собраны в одну шину B; каждый резистор — R.

3. Сворачиваем лесенку с конца. Для параллельного соединения складываются обратные сопротивления, для последовательного — сами сопротивления.

Участок DB — три резистора R параллельно:

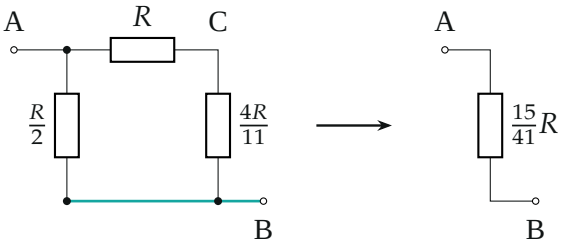
$$R_{DB} = \frac{R}{3}.$$

Ветка $C \to D \to B$ — последовательно R и R_{DB}: $R + \frac{R}{3} = \frac{4R}{3}$. Она параллельна двум резисторам $C \to B$ (вместе $\frac{R}{2}$):

$$\frac{1}{R_{CB}} = \frac{2}{R} + \frac{3}{4R} = \frac{11}{4R}, \qquad R_{CB} = \frac{4R}{11}.$$

Ветка $A \to C \to B$: $R + \frac{4R}{11} = \frac{15R}{11}$, параллельно двум резисторам $A \to B$:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{2}{R} + \frac{11}{15R} = \frac{41}{15R}, \qquad R_{AB} = \frac{15}{41}R = \frac{15 \cdot 3}{41} \approx 1{,}1 \text{ Ом}.$$



Последний шаг свёртки: $\frac{R}{2}$ *параллельно с* $R + \frac{4R}{11}$ *даёт* $\frac{15}{41}R$.

Обратите внимание. Резисторы, которые на исходном рисунке кажутся «верхним» и «нижним» рядом, вовсе не идут вдоль цепи от A к B: все они замыкают узлы средней линии на точку B. Отсюда и маленький ответ — меньше $\frac{R}{2}$.

Проверка. Ответ меньше $\frac{R}{2} = 1{,}5$ Ом — сопротивления двух резисторов, соединяющих A с B напрямую: добавление параллельных путей только уменьшает сопротивление. Расчёт потенциалов узлов (метод узловых потенциалов) на компьютере даёт то же $\frac{15}{41}R$. Размерность — Ом.

Ответ. $R_{AB} = \frac{15}{41}R = \frac{45}{41}$ Ом $\approx 1{,}1$ Ом.