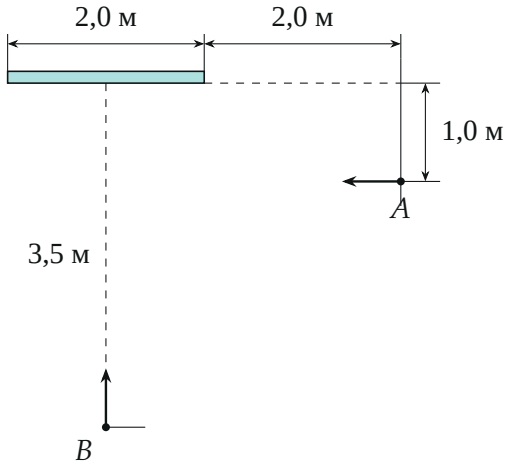
Два человека и зеркало

Задача 3. [Курчатов 2021/22, 9 класс, задача 3] На стене большой комнаты висит зеркало шириной 2,0 м. Первоначально человек A стоит лицом к стене на расстоянии 2,0 м справа от правого края зеркала и 1,0 м от стены и начинает двигаться параллельно стене со скоростью 1,0 м/с в левую сторону. В этот же момент человек B начинает двигаться со скоростью 1,0 м/с в сторону центра зеркала под прямым углом к плоскости зеркала. Изначально человек B стоит на расстоянии 3,5 м от центра зеркала. Через какое время они увидят друг друга в зеркале? Закон отражения гласит, что угол падения равен углу отражения.



▲ **Решение. Что происходит.** Задача на плоское зеркало и равномерное движение. A и B видят друг друга, когда луч от одного, отразившись от зеркала, приходит к другому. Удобно заменить отражение изображением: луч, отражённый плоским зеркалом, идёт так, будто вышел из изображения A', симметричного A относительно плоскости стены. Значит, B видит A, если отрезок BA' пересекает стену *в пределах зеркала*. В начале точка пересечения правее зеркала, со временем она едет влево; первый момент встречи — когда она дошла до правого края.

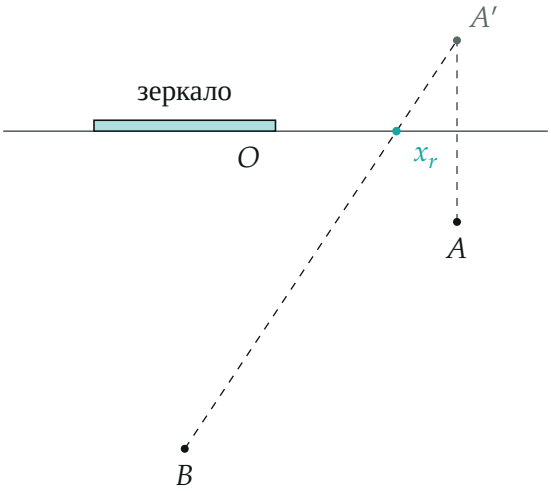
Обозначения. Ось x — вдоль стены вправо, начало O — правый край зеркала; ось y — перпендикулярно стене, в комнату. t — время от начала

движения, x_A — расстояние от A до линии y (по горизонтали от края), y_B — расстояние от B до стены. Центр зеркала — на 1 м левее O.

1. Положения людей. Оба движутся равномерно со скоростью $v = 1$ м/с: A — к линии края, B — к стене:

$$x_A = 2 - vt, \qquad y_A = 1, \qquad y_B = 3{,}5 - vt, \qquad x_B = -1 \text{ (м)}.$$

2. Изображение в зеркале. По закону отражения угол падения равен углу отражения, поэтому отражённый луч — продолжение прямой, идущей из точки A', симметричной A относительно стены: A' на расстоянии 1 м за стеной, против A (рисунок 2). B видит A, если прямая BA' пересекает стену на отрезке $-2 \le x \le 0$; ход лучей обратим — тогда и A видит B.



В момент $t = 0$: прямая из B в изображение A' пересекает стену в точке $x_r \approx 1{,}33$ м — правее зеркала, отражения нет.

3. Где прямая BA' пересекает стену. Точки $B(-1;\ -y_B)$ и $A'(x_A;\ 1)$ лежат по разные стороны стены. Прямая делит отрезок по горизонтали в том же отношении, что и по вертикали (подобие прямоугольных тре-

угольников с катетами вдоль стены и поперёк):

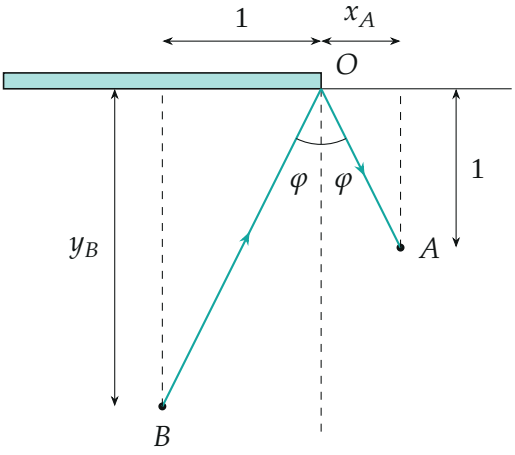
$$\frac{x_r-(-1)}{y_B}=\frac{x_A-x_r}{1}\quad\Rightarrow\quad x_r=\frac{x_A\,y_B-1}{y_B+1}.$$

При $t=0$: $x_r=\dfrac{2\cdot 3{,}5-1}{4{,}5}\approx 1{,}33$ м >0 — правее зеркала. С ростом t точка x_r движется влево (рисунок 4).

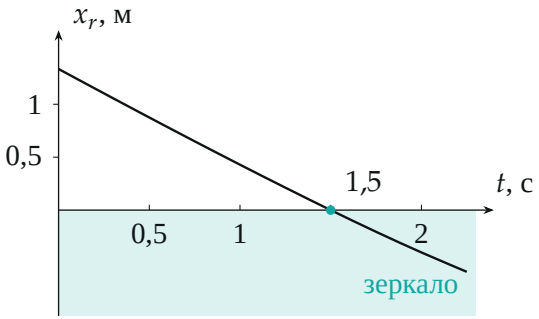
4. Первый момент — отражение от края. Друг друга видно впервые, когда $x_r=0$: луч отражается ровно в правом крае O. Тогда $x_A\,y_B=1$, то есть два прямоугольных треугольника с вершиной O подобны (рисунок 3): у луча от B катеты 1 и y_B, у луча к A — x_A и 1, а углы падения и отражения равны:

$$\frac{1}{y_B}=\frac{x_A}{1}\quad\Rightarrow\quad(2-t)(3{,}5-t)=1\quad\Rightarrow\quad t^2-5{,}5\,t+6=0.$$

Корни $t=1{,}5$ с и $t=4$ с. Второй не годится: к $t=3{,}5$ с человек B уже дошёл до стены. Ответ — $t=1{,}5$ с: тогда $x_A=0{,}5$ м, $y_B=2$ м.



Момент $t=1{,}5$ с: луч от B отражается в правом крае зеркала O и приходит к A. Углы φ с перпендикуляром к стене равны, треугольники с катетами $(1;\,y_B)$ и $(x_A;\,1)$ подобны.



Точка пересечения прямой BA' со стеной в зависимости от времени (по формуле пункта 3). Зеркало — область $-2 \leq x_r \leq 0$ (бирюзовая, показана её верхняя часть); кривая входит в неё при $t = 1{,}5$ с.

Обратите внимание. Чтобы видеть друг друга, не нужно смотреть в одну точку зеркала «в упор» — достаточно, чтобы отражающая точка оказалась *на* зеркале. Поэтому первый момент — отражение от края, а не от центра.

Ответ. $(2 - t)(3{,}5 - t) = 1$, $t = 1{,}5$ с.

Проверка. При $t = 1{,}5$ с углы: $\operatorname{tg}\varphi_B = \dfrac{1}{y_B} = 0{,}5$, $\operatorname{tg}\varphi_A = \dfrac{x_A}{1} = 0{,}5$ — угол падения равен углу отражения. При $t = 1$ с: $x_r = \dfrac{1 \cdot 2{,}5 - 1}{3{,}5} \approx 0{,}43$ м > 0 — ещё не видно; при $t = 2$ с: $x_r = -0{,}4$ м — уже видно. Размерность: в $(2-t)(3{,}5-t) = 1$ все множители в метрах при $v = 1$ м/с, справа — произведение 1 м · 1 м.

Смысл: A подходит к краю зеркала, B — к стене; через полторы секунды «линия взгляда» через изображение задевает край зеркала.

Ответ. $t = 1{,}5$ с.