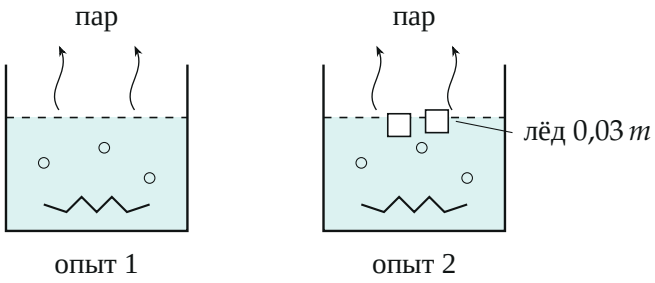
Кипение и подброшенный лёд

Задача 2. [Курчатов 2022/23, 8 класс, задача 2] Вероника проводит эксперимент по исследованию удельной теплоты парообразования воды. Для этого Вероника набрала воду массой m в открытый сосуд с электрическим нагревателем. После закипания она оставила воду кипеть ещё на 5 минут, после чего измерила массу воды в нагревателе и зарегистрировала уменьшение массы воды на 5%.

Для того, чтобы удостовериться в полученных результатах, Вероника снова отмерила и вскипятила воду такой же массы m, после чего снова оставила её кипеть ещё 5 минут и ушла в соседнюю комнату делать записи в лабораторном журнале. В это время к экспериментальной установке незаметно подошёл Александр и подбросил в нагреватель пару кубиков льда общей массой $0{,}03\,m$ и температурой $0\,^\circ$C. Когда Вероника вернулась к экспериментальной установке по прошествии пяти минут, вода снова кипела. Она измерила массу воды в нагревателе и рассчитала, на сколько процентов изменилась масса воды. Какой результат получила Вероника? Удельная теплота парообразования воды $L = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг, удельная теплоёмкость воды $c = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}4 \cdot 10^5$ Дж/кг. Мощность и КПД нагревателя постоянны на протяжении всех экспериментов.



Поясняющий рисунок: вода в нагревателе кипит 5 минут; во втором опыте в неё брошен лёд.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на тепловой баланс с фазовыми переходами. Нагреватель за 5 минут отдаёт воде одну и ту же теплоту

Q: мощность и КПД постоянны. В первом опыте вся эта теплота уходит на испарение. Во втором часть той же теплоты забирает лёд — он тает и получившаяся вода нагревается до 100 °C, — и испаряется меньше. Кроме того, лёд сам добавил массу. Вероника измеряет итог двух эффектов.

Обозначения. Q — теплота, переданная воде нагревателем за 5 минут; $m_л = 0{,}03\,m$ — масса льда; Δm — масса воды, испарившейся во втором опыте; $t_к = 100\,°C$, $t_0 = 0\,°C$.

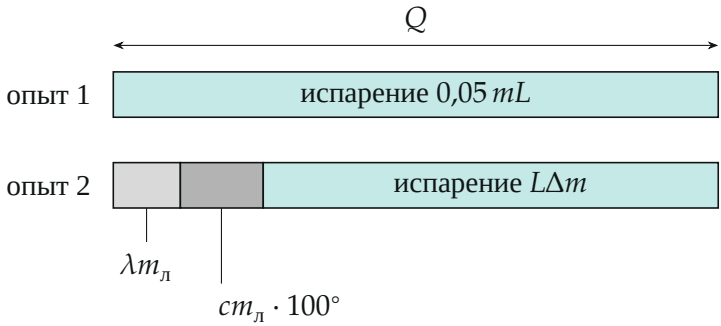
1. Опыт 1: теплота нагревателя. Вода всё время кипит при $t_к$, её температура не меняется, и вся теплота нагревателя идёт на парообразование. Испарилось $0{,}05\,m$, поэтому

$$Q = 0{,}05\,m\,L.$$

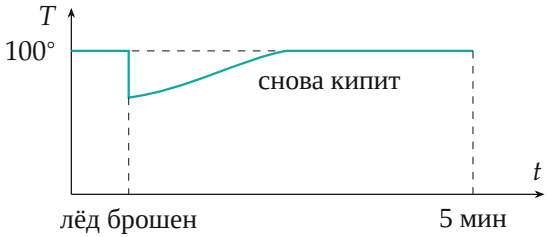
2. Опыт 2: уравнение теплового баланса. Начальное состояние — кипящая вода массы m при $t_к$ и лёд при t_0; конечное — снова кипящая вода при $t_к$. В промежутке вода остывала (лёд забирал у неё тепло), потом снова нагревалась, но её начальная и конечная температуры одинаковы, поэтому её теплота в итоге не изменилась (рисунок 3) — в балансе остаются только три слагаемых (рисунок 2):

$$Q = \lambda m_л + c\,m_л(t_к - t_0) + L\,\Delta m.$$

Первое — плавление льда, второе — нагрев талой воды от 0 до 100 °C, третье — испарение. «Вода снова кипела» — это и есть сведения о конечном состоянии: лёд растаял и всё прогрелось до $t_к$.



Как делится одна и та же теплота Q в двух опытах (длины полос — в масштабе по вычисленным значениям).



Качественный ход температуры воды во втором опыте: лёд её охлаждает, потом нагреватель снова доводит воду до кипения. Начальная и конечная температуры одинаковы.

3. Масса испарившейся воды. Приравняем Q из пунктов 1 и 2 и поделим на mL:

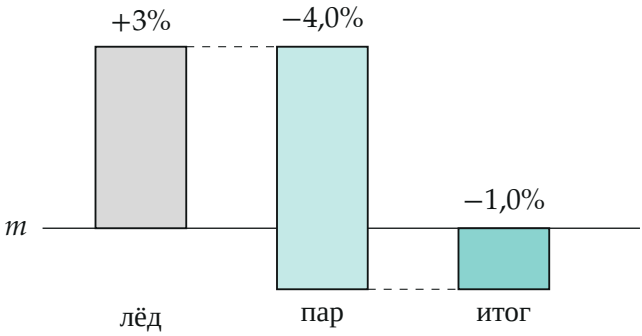
$$\frac{\Delta m}{m} = 0{,}05 - 0{,}03\,\frac{\lambda + c\,(t_к - t_0)}{L} = \\ = 0{,}05 - 0{,}03 \cdot \frac{3{,}4 \cdot 10^5 + 4{,}2 \cdot 10^5}{2{,}3 \cdot 10^6} \approx 0{,}040.$$

Испарилось около 4% массы m — на 1% меньше, чем в первом опыте.

4. Что увидела Вероника. Конечная масса воды — исходная, плюс лёд, минус пар:

$$m_к = m + m_л - \Delta m, \qquad \frac{m_к - m}{m} = 0{,}03 - \frac{\Delta m}{m} \approx 0{,}03 - 0{,}040 = -0{,}010.$$

Знак минус: масса воды уменьшилась, на 1% (рисунок 4).



Изменение массы воды во втором опыте в процентах от m: лёд добавил 3%, испарилось 4,0%.

Обратите внимание. Вероника измеряет полную массу воды в нагревателе, а не только испарившуюся. Талый лёд остался в нагревателе и тоже входит в результат, поэтому ответ 1%, а не 4%.

Проверка. Без льда ($m_л = 0$) формула даёт уменьшение на 5%, как в первом опыте. Размерность: λ, $c\,\Delta t$ и L — все в Дж/кг, отношение безразмерно. Второй способ — «цена» льда: каждая единица его массы добавляет в нагреватель единицу массы воды и ещё оставляет неиспарённой $\frac{\lambda + c\cdot 100^\circ}{L} \approx 0{,}33$ единицы (на неё не хватило теплоты). Итог: $-5\% + 3\% \cdot (1 + 0{,}33) = -1{,}0\%$ — то же.

Смысл: лёд мало тормозит испарение — на его плавление и нагрев уходит лишь треть того, что ушло бы на испарение такой же массы, — а массы добавляет весь, поэтому убыль воды сократилась с 5% до 1%.

Ответ. Масса воды уменьшилась на $0{,}05 - 0{,}03\left(1 + \dfrac{\lambda + c\cdot 100\,^\circ\mathrm{C}}{L}\right) \approx 1\%$.