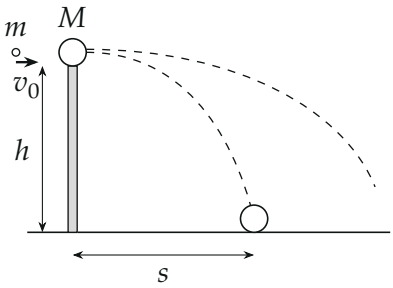
Пуля пробивает шар на колонне

Задача 1. [Курчатов 2022/23, 9 класс, задача 1] Шар массой $M = 0{,}2$ кг покоится на вертикальной колонне высотой $h = 5$ м. Пуля массой $m = 0{,}01$ кг, летящая горизонтально со скоростью $v_0 = 500$ м/с, проходит горизонтально через шар и летит дальше. В результате шар достигает земли на расстоянии $s = 20$ м от основания колонны. На каком расстоянии от основания колонны пуля достигнет земли? Какая часть кинетической энергии пули перешла в теплоту при прохождении пули через шар? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



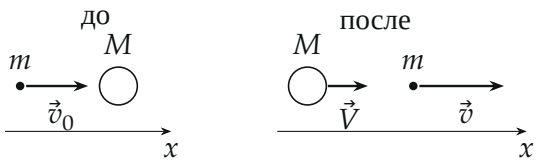
▲ **Решение. Что происходит.** Задача на неупругое взаимодействие и бросок горизонтально. Пуля пробивает шар за очень короткое время: за это время сила тяжести и реакция колонны не успевают изменить горизонтальный импульс, и горизонтальный импульс системы «пуля + шар» сохраняется. После этого оба тела летят как брошенные горизонтально с одной высоты h — время падения у них одинаковое. Дальность полёта шара даёт его скорость, закон сохранения импульса — скорость пули, а разность кинетических энергий — теплоту.

Обозначения. V и v — скорости шара и пули сразу после прохождения пули через шар (горизонтальные), t — время падения, d — искомое расстояние, Q — выделившаяся теплота.

1. Закон сохранения импульса. Ось x — горизонтально по движению пули (рисунок 2). Горизонтальных внешних сил нет, поэтому про-

екция импульса системы «пуля + шар» на ось x сохраняется:

$$mv_0 = mv + MV \quad \Rightarrow \quad v = v_0 - \frac{M}{m}V.$$



Пуля и шар до и сразу после прохождения пули через шар (длины стрелок — по найденным скоростям, $v = 5V$).

2. Время падения. После взаимодействия на каждое тело действует только сила тяжести: по горизонтали движение равномерное, по вертикали — падение без начальной скорости с высоты h. Из $h = \frac{gt^2}{2}$

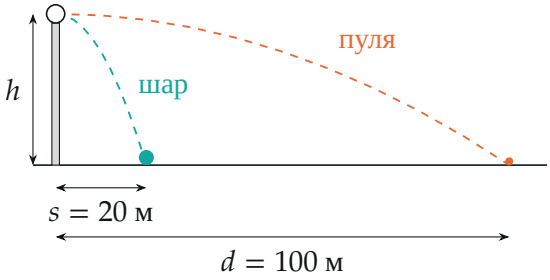
$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{10}}\ \text{с} = 1\ \text{с},$$

одинаковое для шара и пули (рисунок 3).

3. Скорости и дальность пули. Горизонтальные пути: $s = Vt, d = vt$. Отсюда

$$V = \frac{s}{t} = s\sqrt{\frac{g}{2h}} = 20\ \text{м/с}, \qquad v = v_0 - \frac{M}{m}V = 500 - 20 \cdot 20 = 100\ \text{м/с},$$

$$d = vt = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{M}{m}s = 500 - 400 = 100\ \text{м}.$$



Траектории шара и пули после взаимодействия (параболы построены по точкам; масштаб по вертикали увеличен в 6,7 раза). Время полёта у обоих одно — 1 с.

4. Теплота: закон сохранения энергии. При прохождении пули через шар механическая энергия не сохраняется: работа сил трения внутри шара переходит в теплоту. Потенциальная энергия за время взаимодействия не меняется, поэтому

$$Q = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv^2}{2} - \frac{MV^2}{2}.$$

Числа:

$$\frac{mv_0^2}{2} = 1250\ \text{Дж}, \qquad \frac{mv^2}{2} = 50\ \text{Дж}, \qquad \frac{MV^2}{2} = 40\ \text{Дж},$$

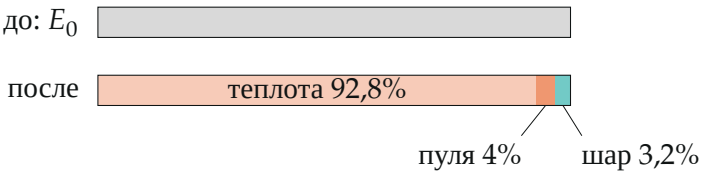
$$Q = 1160\ \text{Дж}.$$

Доля:

$$\frac{Q}{E_0} = 1 - \frac{v^2}{v_0^2} - \frac{M}{m}\frac{V^2}{v_0^2} = 1 - 0{,}04 - 0{,}032 = 0{,}928 = 92{,}8\%.$$

В общем виде, подставив $V = s\sqrt{g/2h}$ и v:

$$\frac{Q}{E_0} = \frac{M}{m}\frac{s^2}{v_0^2}\frac{g}{2h}\left(\frac{2v_0}{s}\sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{M}{m} - 1\right).$$



Куда ушла кинетическая энергия пули: почти вся — в теплоту.

Обратите внимание. Импульс сохраняется только в проекции на горизонталь и только за короткое время прохождения пули: по вертикали действуют сила тяжести и реакция колонны. Энергия при этом не сохраняется — именно её убыль и есть теплота.

Ответ: $d = v_0\sqrt{\dfrac{2h}{g}} - \dfrac{M}{m}s = 100$ м; $\dfrac{Q}{E_0} = 1 - \dfrac{v^2}{v_0^2} - \dfrac{M}{m}\dfrac{V^2}{v_0^2} = 92{,}8\%$.

Проверка. Размерность: $v_0\sqrt{h/g}$ — м/с·с = м. Знак: $v = 100$ м/с $> V = 20$ м/с — пуля действительно обгоняет шар и летит дальше, как в условии. Предел $M \to 0$ (шара нет): $d = v_0 t$, $Q = 0$ — верно.

Ответ. $d = v_0\sqrt{\dfrac{2h}{g}} - \dfrac{M}{m}s = 100$ м; в теплоту перешло $\dfrac{Q}{E_0} = 92{,}8\%$ кинетической энергии пули.