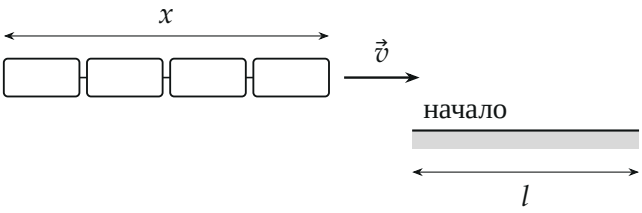
Космический поезд и посадочная платформа

Задача 2. [Курчатов 2023/24, 7 класс, задача 2] Жители α-Центавра, Саша и Вова, наблюдают за движением космических судов в поясе астероидов в их звёздной системе. Они заметили, что большинство космических поездов, пролетающих мимо определённого астероида в поясе, не совершают на нём посадку. Они предполагают, что это происходит из-за того, что астероид слишком мал и неудобен для посадки, так как максимальная длина его посадочной платформы составляет всего $l = 300$ м. Саша заметил, что один из космических поездов пролетает начало платформы за время $t_1 = 25$ с. В то же время Вова заметил, что преодоление всей посадочной платформы астероида поездом занимает время $t_2 = 42$ с. На сколько метров необходимо увеличить размер посадочной платформы, чтобы пролетающий поезд смог совершить на нём посадку? В ответе укажите минимальное целое число. Считать, что космические поезда движутся равномерно. Длину посадочной платформы астероида считать достаточной, если она больше или равна длине космического поезда.



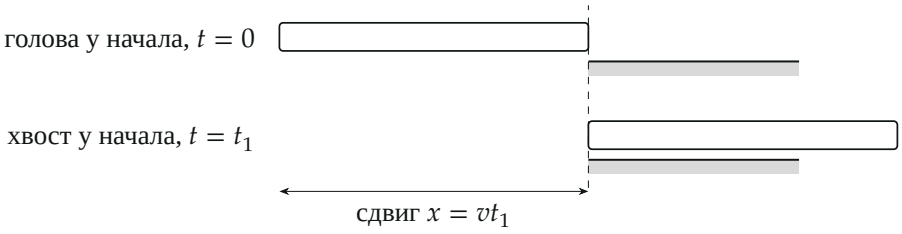
Поясняющий рисунок: поезд длиной x летит со скоростью v к платформе длиной l.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на равномерное движение протяжённого тела. «Пролетает начало платформы» — мимо точки проходит весь поезд, от головы до хвоста: путь равен длине поезда. «Преодолевает всю платформу» — от момента, когда голова у начала, до момента, когда хвост у конца: путь равен длине поезда плюс длина платформы. Два времени дают два уравнения для двух неизвестных — скорости v и длины поезда x.

Обозначения. v — скорость поезда, x — длина поезда, Δl — на сколько удлинить платформу. Ось направим по движению поезда, начало — в начале платформы.

1. Мимо начала платформы. Голова поезда поравнялась с началом платформы — Саша включил секундомер; хвост поравнялся с ним — остановил (рисунок 2). За это время поезд сдвинулся на свою длину. При равномерном движении путь равен скорости, умноженной на время:

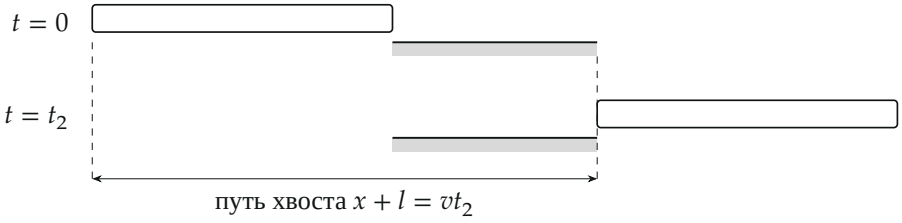
$$x = v\,t_1.$$



За время t_1 мимо начала платформы (штриховая линия) проходит весь поезд — он сдвигается на свою длину x.

2. Вдоль всей платформы. Вова отсчитывает время от того же момента (голова у начала) до момента, когда хвост покидает конец платформы (рисунок 3). Путь поезда — его длина плюс длина платформы:

$$x + l = v\,t_2.$$



За время t_2 хвост поезда проходит путь от своего начального положения до конца платформы: $x + l$.

3. Скорость и длина поезда. Вычтем из второго уравнения первое:

$$l = v\,(t_2 - t_1) \quad \Rightarrow \quad v = \frac{l}{t_2 - t_1} = \frac{300}{17} \approx 17{,}6 \text{ м/с},$$

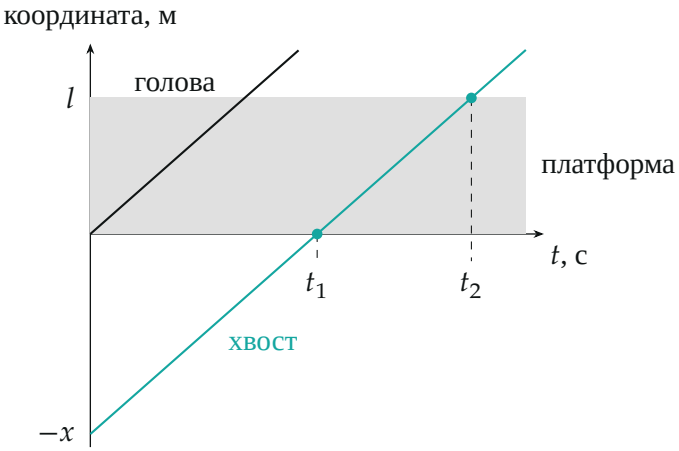
$$x = v\,t_1 = \frac{l\,t_1}{t_2 - t_1} = \frac{300 \cdot 25}{17} \approx 441{,}2 \text{ м}.$$

4. Удлинение платформы. Поезд садится, если $l + \Delta l \geq x$:

$$\Delta l \geq x - l = \frac{l\,t_1}{t_2 - t_1} - l = \frac{l\,(2t_1 - t_2)}{t_2 - t_1} = \frac{300 \cdot 8}{17} \approx 141{,}2 \text{ м}.$$

Наименьшее целое число, которое не меньше 141,2, — это 142 м (141 м уже не хватит).

5. Второй способ — график движения. Нарисуем координаты головы и хвоста от времени (рисунок 4): две параллельные прямые с наклоном v, сдвинутые на t_1 по времени. Голова проходит $x = 0$ при $t = 0$, хвост — при $t = t_1 = 25$ с, а конец платформы $x = l$ — при $t_2 = 42$ с. Значит, на путь l хвост тратит $t_2 - t_1 = 17$ с, а на свою длину x поезд тратит 25 с — поезд длиннее платформы в $\frac{25}{17}$ раза.



Графики координат головы (чёрная) и хвоста (бирюзовая) поезда, построены при $v = 17{,}6$ м/с. Хвост пересекает начало платформы при t_1, конец — при t_2.

Обратите внимание. «Пролетает начало платформы» — это время прохождения всего поезда мимо точки, а не мгновение. И время Вовы отсчитывается от той же головы у начала, поэтому в путь входит и длина поезда, и длина платформы.

Проверка. Подстановка: $vt_1 = 441{,}2$ м $= x$, $vt_2 = 741{,}2$ м $= x + l$ — верно. Размерность: $\frac{\text{м}\cdot\text{с}}{\text{с}} = $ м. Знак: $\Delta l > 0$ потому, что $t_1 > t_2 - t_1$ ($25 > 17$): поезд проходит свою длину дольше, чем платформу, — он длиннее её.

Смысл: поезд длиной 441 м не помещается на платформе в 300 м; нужна добавка хотя бы 142 м.

Ответ. $\Delta l = \dfrac{l\,(2t_1 - t_2)}{t_2 - t_1} \approx 141{,}2$ м, наименьшее целое — 142 м.