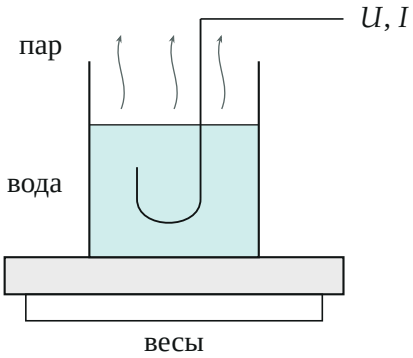
Кипятильник и пар в воде

Задача 1. [Курчатов 2023/24, 8 класс, задача 1] Стакан с водой помещают на весы и начинают нагревать воду кипятильником. Кипятильник работает от сети с напряжением 240 В и протекающим током 8,3 А. Когда вода закипает, включают секундомер и начинают фиксировать показания весов с интервалом 10 с, занося данные в таблицу.

t, с	0	10	20	30	40	50	60	70
m, г	168	159	151	142	133	124	116	107

1. Используя результаты измерений, рассчитайте энергию, необходимую для испарения 1 кг воды при температуре 100 °C. Удельную теплоту парообразования воды в условиях задачи считать неизвестной постоянной.
2. Воду массой 0,9 кг при температуре 0 °C нагревают, пропуская струю водяного пара при температуре 100 °C. Используя результат прошлого пункта, найдите температуру воды в момент, когда сконденсируется $m = 0{,}1$ кг воды. Удельная теплота нагревания воды $c_в = 4200$ Дж/(кг·°C).



Поясняющий рисунок: кипятильник греет кипящую воду в стакане на весах, пар уходит, показания весов падают.

▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на тепловой баланс с фазовым переходом. Вода уже кипит, её температура больше не растёт, поэтому

вся мощность кипятильника идёт на испарение: весы показывают, как быстро уходит масса. Энергия на испарение килограмма — это удельная теплота парообразования L; её даёт отношение мощности к скорости испарения. Во втором пункте пар отдаёт холодной воде теплоту конденсации, а получившаяся из пара вода ещё и остывает от 100 °C.

Обозначения. $P = UI$ — мощность кипятильника; $\mu = \left|\dfrac{\Delta m}{\Delta t}\right|$ — скорость испарения (масса пара за секунду); L — искомая энергия на испарение 1 кг воды; $M = 0{,}9$ кг — холодная вода, $m = 0{,}1$ кг — сконденсировавшийся пар, θ — искомая температура, $t_0 = 0\,^\circ\text{C}$, $t_\text{к} = 100\,^\circ\text{C}$.

Пункт 1.

1. Мощность. По закону Джоуля — Ленца кипятильник выделяет

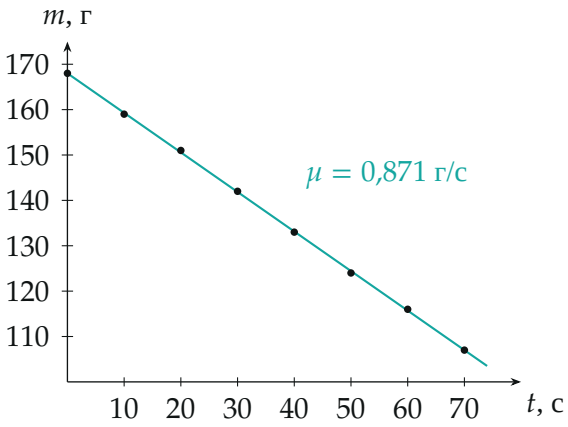
$$P = UI = 240 \cdot 8{,}3 = 1992 \text{ Вт}.$$

Потерями теплоты в воздух пренебрегаем: в условии о них ничего нет.

2. Скорость испарения. Нанесём точки таблицы на график $m(t)$ (рисунок 2). Они ложатся на прямую — вода испаряется равномерно. Наклон прямой по методу наименьших квадратов (python) или по крайним точкам:

$$\mu = \frac{168 - 107}{70}\ \frac{\text{г}}{\text{с}} = 0{,}871 \text{ г/с} = 8{,}71 \cdot 10^{-4} \text{ кг/с}.$$

Метод наименьших квадратов даёт то же: 0,8714 г/с.



Показания весов (точки) и прямая по методу наименьших квадратов: каждую секунду испаряется 0,871 г воды.

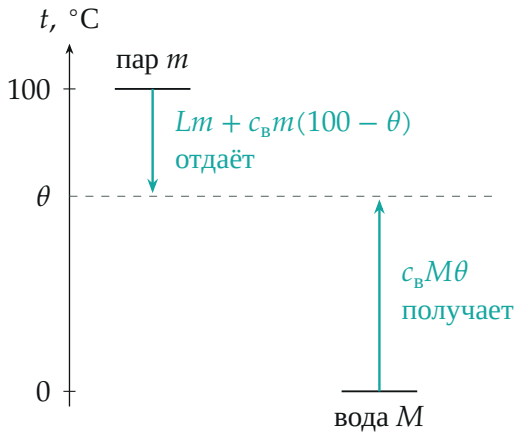
3. Энергия на испарение 1 кг. За время Δt кипятильник отдаёт $P\Delta t$, и вся эта энергия уходит на испарение массы $\mu\Delta t$. Закон сохранения энергии:

$$P\,\Delta t = L\,\mu\,\Delta t,$$

$$L = \frac{P}{\mu} = \frac{1992}{8{,}71 \cdot 10^{-4}} \approx 2{,}29 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг} \approx 2{,}3 \text{ МДж/кг}.$$

Пункт 2.

4. Кто отдаёт и кто получает теплоту. Пар массой m при 100 °C конденсируется (отдаёт Lm), а получившаяся вода остывает от 100 °C до θ (отдаёт $c_в m(t_к - \theta)$). Холодная вода массой M нагревается от 0 °C до θ (получает $c_в M(\theta - t_0)$). Схема — на рисунке 3.



Тепловой баланс второго пункта: пар конденсируется и остывает до θ, холодная вода нагревается до θ.

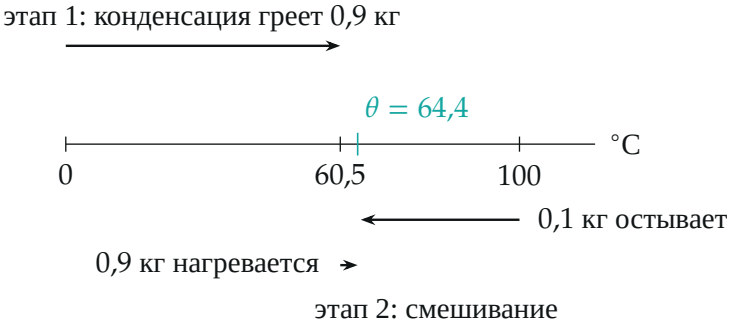
5. Уравнение теплового баланса. Теплообмен только между паром и водой, поэтому отданное равно полученному:

$$Lm + c_в m\,(t_к - \theta) = c_в M\,(\theta - t_0).$$

Решаем относительно θ:

$$\theta = \frac{Lm + c_в m\,t_к + c_в M\,t_0}{c_в(M+m)} = \frac{2{,}29\cdot 10^6\cdot 0{,}1 + 4200\cdot 0{,}1\cdot 100}{4200\cdot 1{,}0} \approx 64{,}4\,^\circ\text{C}.$$

6. Второй способ — в два этапа (как у организаторов). Сначала пар только конденсируется: $Lm = c_в M\theta'$, $\theta' = \dfrac{2{,}29\cdot 10^5}{4200\cdot 0{,}9} \approx 60{,}5\,^\circ$C. Затем смешиваются 0,9 кг воды при θ' и 0,1 кг при 100 °C: $M(\theta - \theta') = m(100 - \theta)$, $\theta = \dfrac{0{,}9\cdot 60{,}5 + 0{,}1\cdot 100}{1{,}0} \approx 64{,}4\,^\circ$C. То же самое (рисунок 4).



Два этапа: конденсация нагревает 0,9 кг до 60,5 °C, затем смешивание с 0,1 кг кипятка добавляет 3,9 °C.

Обратите внимание. Сконденсировавшийся пар превращается в воду при 100 °C, и она тоже отдаёт теплоту, остывая до общей температуры. Без этого слагаемого вышло бы $\theta' = 60{,}5\,^\circ\text{C}$. У организаторов в ответе 64,8 °C: они подставили округлённое $L = 2{,}3$ МДж/кг; с данными таблицы $L = 2{,}29$ МДж/кг и $\theta \approx 64{,}4\,^\circ\text{C}$ (разница — в пределах точности опыта).

Проверка. Размерность: $\frac{\text{Вт}}{\text{кг/с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$. Табличное $L = 2{,}26$ МДж/кг — опыт с точностью около 1 %. Предел: при $m \to 0$ формула даёт $\theta = t_0 = 0\,^\circ\text{C}$ — без пара вода не греется. Ответ меньше 100 °C, как и должно быть.

Смысл: килограмм пара несёт энергию, которой хватает, чтобы нагреть от 0 до 100 °C больше пяти килограммов воды; поэтому 0,1 кг пара нагревают 0,9 кг воды больше чем наполовину до кипения.

Ответ. 1) $L = \dfrac{UI}{\mu} \approx 2{,}3$ МДж/кг $(2{,}29 \cdot 10^6$ Дж/кг); 2) $\theta = \dfrac{Lm + c_\text{в} m \cdot 100^\circ}{c_\text{в}(M+m)} \approx 64\,^\circ\text{C}$ (64,4 °C; с $L = 2{,}3$ МДж/кг — 64,8 °C).