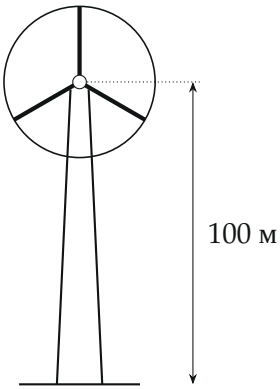
Ветрогенератор и линия электропередачи

Задача 2. [Курчатов 2023/24, 9 класс, задача 2] Основу Кочубеевской ветроэлектростанции составляют ветрогенераторы с длиной лопасти $r = 25$ м, вращательный центр которых расположен на высоте $h = 100$ м от земли, как показано на рисунке. Направление ветра перпендикулярно плоскости рисунка, всю свою энергию ветер отдаёт на вращение лопастей. Электрическая мощность, вырабатываемая одной такой турбиной, поступает в соседнюю деревню по электрокабелю с сопротивлением $R = 7{,}5$ Ом и напряжением $U = 2500$ В. Найдите долю мощности, которая теряется при передаче электроэнергии от ветрогенератора в деревню. КПД ветрогенератора составляет $\eta = 40\,\%$. Средняя скорость ветра на высоте 100 м составляет $v = 11$ м/с. Плотность воздуха $\rho = 1{,}3$ мг/см^3.

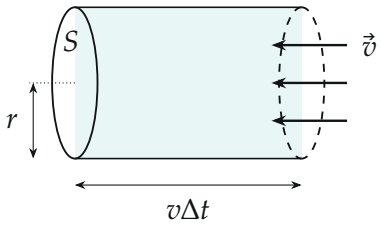


▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на мощность потока и потери в линии электропередачи. Ветер за секунду проносит через круг, заметаемый лопастями, цилиндр воздуха; его кинетическая энергия за секунду — мощность ветра. Турбина забирает η этой мощности. Затем ток $I = P_T/U$ идёт по кабелю и греет его: теряется I^2R.

Обозначения. $S = \pi r^2$ — площадь, заметаемая лопастями; Δt — время; Δm — масса воздуха, прошедшего через S за Δt; P_T — электрическая мощность турбины; I — ток в кабеле; P' — мощность потерь; $\delta = P'/P_T$ — искомая доля. Плотность в СИ: $\rho = 1{,}3 \cdot 10^{-6}$ кг/10^{-6} м^3 $= 1{,}3$ кг/м^3.

1. Масса воздуха. За время Δt через круг S проходит воздух, заполнявший цилиндр длиной $v\Delta t$:

$$\Delta m = \rho S v \Delta t = \rho \pi r^2 v \Delta t.$$



За время Δt через круг лопастей $S = \pi r^2$ проходит весь воздух из цилиндра длиной $v\Delta t$ (ветер направлен справа налево).

2. Мощность ветра и турбины. Кинетическая энергия этого воздуха $\dfrac{\Delta m\, v^2}{2}$; мощность ветра — энергия за единицу времени:

$$P_{\text{в}} = \frac{\Delta m\, v^2}{2\Delta t} = \frac{\pi \rho r^2 v^3}{2},$$

$$P_T = \eta P_{\text{в}} = \frac{\pi \eta \rho r^2 v^3}{2} = \frac{\pi \cdot 0{,}4 \cdot 1{,}3 \cdot 625 \cdot 1331}{2} \approx 6{,}8 \cdot 10^5 \text{ Вт}.$$

3. Потери в кабеле. Мощность P_T передаётся при напряжении U, значит, ток в кабеле $I = P_T/U \approx 272$ А. По закону Джоуля — Ленца на сопротивлении кабеля выделяется

$$P' = I^2 R = \frac{P_T^2 R}{U^2} \approx 272^2 \cdot 7{,}5 \approx 5{,}5 \cdot 10^5 \text{ Вт}.$$

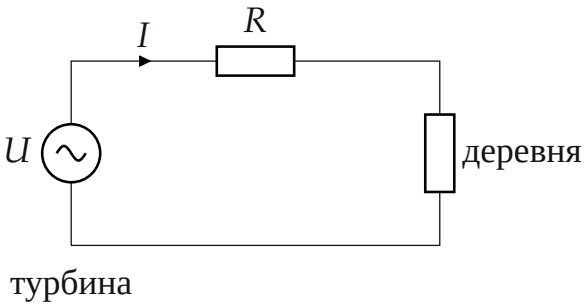
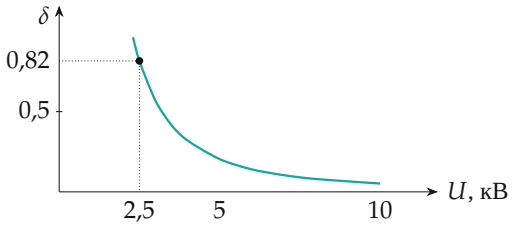


Схема передачи: турбина выдаёт мощность $P_T = UI$, часть её I^2R греет кабель, остальное доходит до деревни.

4. Доля потерь.

$$\delta = \frac{P'}{P_T} = \frac{P_T R}{U^2} = \frac{\pi\eta\rho r^2 v^3 R}{2U^2} = \frac{6{,}79 \cdot 10^5 \cdot 7{,}5}{2500^2} \approx 0{,}82.$$

Теряется около 82 % мощности. То же через напряжения: на кабеле падает $IR \approx 2040$ В из 2500, доля $IR/U = 0{,}82$ — совпало. До деревни доходит лишь ≈ 460 В и 18 % мощности.



Доля потерь $\delta = P_T R/U^2$ при той же мощности и разных напряжениях передачи (по точкам): при 10 кВ теряется лишь 5 %.

Обратите внимание. Доля потерь — P'/P_T, а не обратное отношение (оно больше единицы и смысла доли не имеет). В официальном решении взято $P_T/P' \approx 1{,}23$ и сделан вывод «потери 100 %»; верно $\delta \approx 0{,}82$.

Проверка. Размерность: $\dfrac{[\text{Вт}] \cdot [\text{Ом}]}{[\text{В}^2]} = \dfrac{\text{Вт}}{\text{Вт}}$ — безразмерно. Зависимость от U: потери $\propto 1/U^2$ — поэтому энергию передают при высо-

ком напряжении. Порядок мощности: турбина с лопастью 25 м на ветре 11 м/с — около 0,7 МВт, реалистично.

Смысл: при напряжении 2,5 кВ кабель «съедает» больше четырёх пятых мощности; повышение напряжения в четыре раза уменьшило бы потери в шестнадцать раз.

Ответ. $\delta = \dfrac{\pi\eta\rho r^2 v^3 R}{2U^2} \approx 0{,}82$ (теряется около 82 % мощности).