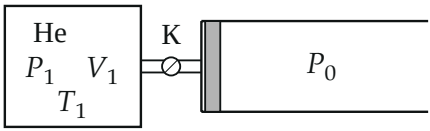
Гелий в цилиндр с поршнем

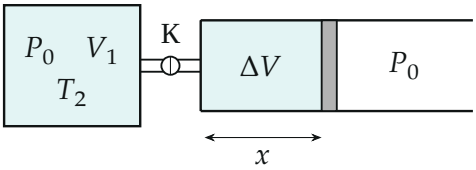
Задача 3. [Курчатов 2024/25, 10 класс, задача 3] Сосуд постоянного объёма V_1 соединён короткой трубкой с краном K с длинным горизонтальным цилиндром, в котором может свободно двигаться поршень. Правый торец цилиндра открыт в атмосферу, давление которой P_0 постоянно. В начальном состоянии кран закрыт, поршень прижат силой атмосферного давления к левому торцу цилиндра, в сосуде находится гелий при температуре $T_1 = 300$ К и давлении $P_1 = kP_0$, где $k = 4$. Кран открывают, гелий перетекает в цилиндр, и вся система переходит в новое состояние равновесия. Считая, что все стенки, поршень и трубка с краном не проводят тепло, найдите следующие величины:

1. Конечную температуру гелия T_2.
2. Отношение $\Delta V / V_1$, где ΔV — приращение объёма гелия (конечный объём гелия в цилиндре). Объём трубки с краном не учитывайте.



▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на первое начало термодинамики для необратимого процесса. Гелий резко расширяется, толкая поршень против атмосферы. Процесс без теплообмена, но *не* квазистатический: давление газа при расширении не равно внешнему, поэтому формулу адиабаты $PV^\gamma = \text{const}$ применять нельзя. Зато работа газа над поршнем в итоге равна работе против атмосферы $P_0\Delta V$ — поршень начинает и заканчивает в покое.

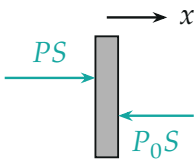
Обозначения. ν — количество гелия; S — площадь поршня, x — его перемещение, $\Delta V = Sx$; A — работа газа; $C_V = \frac{3}{2}R$ — молярная теплоёмкость гелия при постоянном объёме; конечное давление P_0 (поршень в равновесии).



Конечное состояние: гелий занимает сосуд и часть цилиндра объёмом $\Delta V = Sx$, давление выровнялось с атмосферным.

1. Работа газа. Поршень в начале и в конце покоится, его кинетическая энергия не изменилась. По теореме о кинетической энергии для поршня работа силы давления газа A и работа силы атмосферы $-P_0Sx$ в сумме равны нулю:

$$A - P_0Sx = 0 \quad \Rightarrow \quad A = P_0\Delta V.$$



Силы на поршень: давление газа P (меняется во время движения) и атмосферы P_0. В начале и в конце поршень покоится.

2. Первое начало для гелия. Теплообмена нет ($Q = 0$), поэтому изменение внутренней энергии равно минус работе газа:

$$0 = \nu C_V(T_2 - T_1) + A.$$

3. Уравнения состояния. В начале $P_1V_1 = kP_0V_1 = \nu RT_1$, в конце $P_0(V_1 + \Delta V) = \nu RT_2$. Отсюда

$$P_0V_1 = \frac{\nu RT_1}{k}, \qquad A = P_0\Delta V = \nu RT_2 - \frac{\nu RT_1}{k}.$$

4. Пункт 1. Подставляем работу в первое начало:

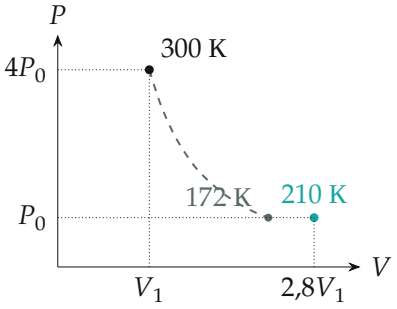
$$\nu C_V(T_2 - T_1) + \nu RT_2 - \frac{\nu RT_1}{k} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_1\,\frac{kC_V + R}{k(C_V + R)}.$$

Для гелия $C_V = \frac{3}{2}R$:

$$T_2 = T_1\,\frac{3k+2}{5k} = 300\cdot\frac{14}{20} = 210\text{ K}.$$

5. Пункт 2. Из уравнений состояния $\dfrac{V_1+\Delta V}{V_1} = \dfrac{kT_2}{T_1}$:

$$\frac{\Delta V}{V_1} = \frac{kT_2}{T_1} - 1 = \frac{3k+2}{5} - 1 = \frac{3(k-1)}{5} = 1{,}8.$$



Начальное и конечное состояния (промежуточные неравновесны, линии процесса нет). Пунктир — обратимая адиабата: она привела бы к 172 K и объёму $2{,}3V_1$.

Обратите внимание. Уравнение адиабаты дало бы $T = T_1 k^{-2/5} \approx 172$ K — это неверно: газ расширяется необратимо, и его работа $P_0\Delta V$ меньше, чем при медленном расширении, поэтому он остывает слабее.

Проверка. Размерности: отношения температур и объёмов безразмерны. Предел $k = 1$: давления равны, ничего не происходит — $T_2 = T_1$, $\Delta V = 0$, верно. Энергия: $\nu C_V(T_1 - T_2) = \frac{3}{2}\nu R\cdot 90$, работа $P_0\Delta V = 1{,}8P_0V_1 = 1{,}8\cdot\nu R\cdot 75 = \nu R\cdot 135$ — совпало.

Смысл: внутренняя энергия гелия ушла на работу против атмосферы; в конце газ холоднее, но занимает почти втрое больший объём.

Ответ. 1) $T_2 = T_1\dfrac{3k+2}{5k} = 210$ K; 2) $\dfrac{\Delta V}{V_1} = \dfrac{3(k-1)}{5} = 1{,}8$.