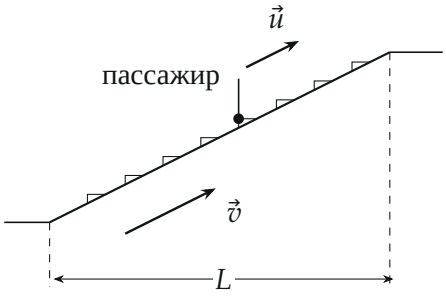
Эскалатор

Задача 2. [Курчатов 2024/25, 7 класс, задача 2] Эскалатор метро движется со скоростью $v = 1$ м/с. Пассажир заходит на эскалатор по ходу движения и начинает двигаться следующим образом: он делает два шага вперёд и три шага назад. При этом он достигает другого конца эскалатора за время $t_1 = 40$ с. За какое время он бы добрался до конца эскалатора, если бы двигался обычным шагом? Скорость пассажира относительно эскалатора одинакова при движении вперёд и назад и равна $u = 0{,}4$ м/с. Считайте, что размеры ступенек много меньше длины эскалатора.



Поясняющий рисунок: эскалатор длиной L (вдоль ленты) движется со скоростью $\vec{v}$; пассажир идёт по нему со скоростью $\vec{u}$ вперёд или назад.

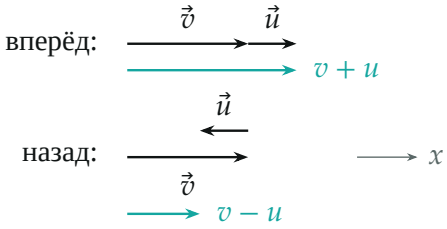
▲ **Решение. Что происходит.** Это задача на сложение скоростей и среднюю скорость. Пассажир то идёт вперёд, то назад, но эскалатор всё время везёт его вперёд, и назад относительно земли он не движется, так как $u < v$. Главная идея: движение повторяется циклами по пять шагов, поэтому средняя скорость за цикл — это средняя скорость за всё время. По ней из первого опыта находим длину эскалатора, а дальше делим её на скорость обычной ходьбы.

Обозначения. τ — время одного шага (шаг одной длины относительно ступеней и скорость u одна, поэтому время шага вперёд и назад одинаково); L — длина эскалатора; $v_{\text{ср}}$ — средняя скорость пассажира относительно земли в первом опыте; t_2 — искомое время. Ось x направим вдоль эскалатора по ходу его движения.

1. Скорости относительно земли. Закон сложения скоростей: скорость пассажира относительно земли равна сумме его скорости относительно эскалатора и скорости эскалатора, $\vec{v}_з = \vec{u} + \vec{v}$. В проекции на ось x (рисунок 2):

$$v_{вп} = v + u = 1{,}4 \text{ м/с}, \qquad v_{наз} = v - u = 0{,}6 \text{ м/с}.$$

Обе проекции положительны: даже шагая назад, пассажир едет вперёд, только медленнее.



Сложение скоростей: шаг вперёд — $v + u$, шаг назад — $v - u$ (бирюзой — скорость относительно земли).

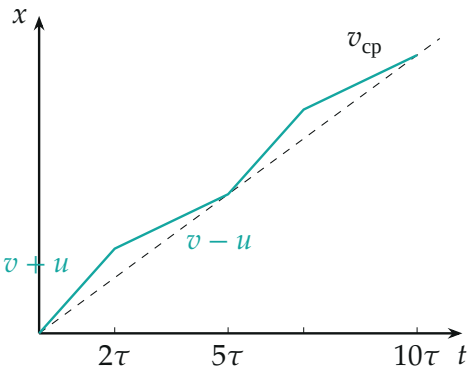
2. Средняя скорость за цикл. За цикл «два шага вперёд, три назад» пассажир смещается относительно земли на

$$S = 2\tau(v + u) + 3\tau(v - u) = \tau(5v - u)$$

за время 5τ. Средняя скорость — всё перемещение, делённое на всё время:

$$v_{ср} = \frac{S}{5\tau} = \frac{5v - u}{5} = v - \frac{u}{5} = 0{,}92 \text{ м/с}.$$

Время шага сократилось — его и не нужно было знать. На графике $x(t)$ (рисунок 3) движение — ломаная, крутые участки — шаги вперёд, пологие — назад; средняя скорость — наклон пунктирной прямой через вершины ломаной в концах циклов.



Координата пассажира за два цикла (масштаб по времени условный, τ много меньше t_1). Средняя скорость — наклон пунктира.

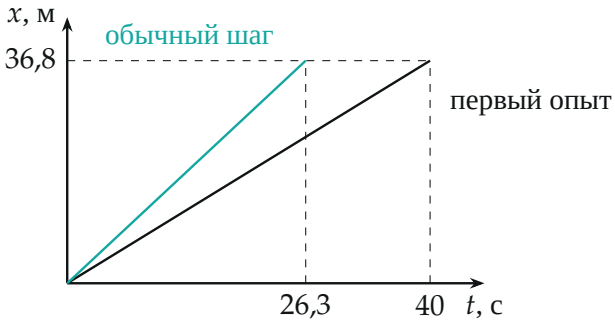
3. Длина эскалатора. Ступеньки малы, значит, циклов за t_1 очень много, и неполный последний цикл ничего не меняет:

$$L = v_{ср}\, t_1 = \frac{5v - u}{5}\, t_1 = 0{,}92 \cdot 40 = 36{,}8 \text{ м}.$$

4. Обычная ходьба. Пассажир всё время идёт вперёд со скоростью $v + u$ относительно земли, поэтому

$$t_2 = \frac{L}{v + u} = \frac{5v - u}{5(v + u)}\, t_1 = \frac{36{,}8}{1{,}4} \approx 26{,}3 \text{ с}.$$

На рисунке 4 оба опыта — две прямые, приходящие на высоту L.



Оба режима на одном графике: средняя скорость 0,92 м/с (чёрная прямая) и 1,4 м/с при обычной ходьбе (бирюзовая).

Обратите внимание: среднюю скорость нельзя считать как среднее арифметическое

$$\frac{(v+u)+(v-u)}{2} = v:$$

вперёд пассажир идёт два шага, а назад три, и время назад больше. Среднее берётся по времени.

Проверка. Размерность: отношение скоростей безразмерно, t_2 — в секундах. Предел: при $u = 0$ пассажир просто стоит, оба времени равны L/v — формула даёт $t_2 = t_1$. Второй способ: за время t_1 пассажир пятую часть времени «теряет» шагами назад сверх шагов вперёд, то есть

$$L = vt_1 - \frac{u\,t_1}{5} = 40 - 3{,}2 = 36{,}8 \text{ м}$$

— то же.

Смысл: шаги назад почти «съедают» собственную скорость пассажира, и его средняя скорость 0,92 м/с даже меньше скорости эскалатора.

Ответ. $t_2 = \dfrac{5v-u}{5(v+u)}\,t_1 \approx 26{,}3$ с.