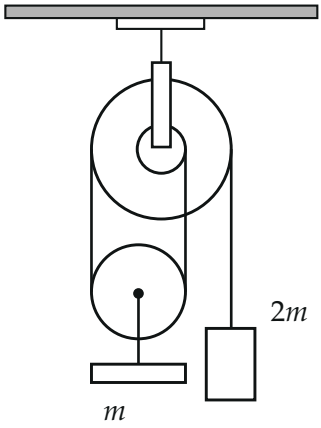
Составной блок

Задача 4. [Курчатов 2024/25, 7 класс, задача 4] На горизонтальной неподвижной оси закреплён составной блок, состоящий из двух жёстко соединённых дисков радиусами R и $3R$. Один конец нити намотан на малый диск, далее нить проходит через систему блоков и образует петлю, удерживающую груз массой $m = 150$ г. Второй конец нити свисает с большого диска составного блока и поддерживает груз массой $2m$.

Определите, какую дополнительную массу M нужно положить на груз m, чтобы система оставалась в равновесии. Считайте, что нить и блоки невесомые, а трение отсутствует.



▲ **Решение.** **Что происходит.** Это задача на равновесие системы блоков. Составной блок — рычаг: на него действуют три участка нити на разных плечах, и он не поворачивается. Подвижный блок с грузом m висит на двух участках нити, груз $2m$ — на одном. Главная идея: правило моментов для составного блока связывает натяжения нити слева и справа от большого диска, а дальше условия равновесия грузов дают M.

Обозначения. T_1 — натяжение нити, которая идёт с малого диска вниз, огибает подвижный блок и поднимается к левому краю большого диска (нить одна, блок невесомый и без трения — натяжение по всей

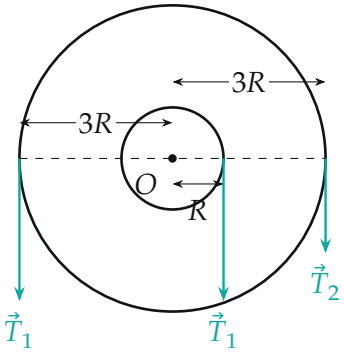
петле одинаковое); T_2 — натяжение нити, на которой висит груз $2m$; O — ось составного блока.

1. Правило моментов для составного блока. Все три участка нити вертикальны и касаются дисков на концах горизонтальных диаметров, поэтому плечо каждой силы относительно оси O — радиус соответствующего диска (рисунок 2):

- левый участок, T_1 на плече $3R$, поворачивает блок против часовой стрелки;
- участок с малого диска, T_1 на плече R справа от оси, — по часовой стрелке;
- участок к грузу $2m$, T_2 на плече $3R$ справа, — по часовой стрелке.

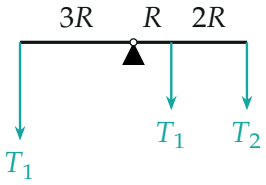
Сила реакции оси приложена в точке O и момента не создаёт — поэтому моменты считаем именно относительно оси. Правило моментов: сумма моментов против часовой стрелки равна сумме моментов по часовой:

$$T_1 \cdot 3R = T_1 \cdot R + T_2 \cdot 3R \quad \Rightarrow \quad T_2 = \frac{2}{3} T_1.$$



Силы натяжения на составной блок и их плечи относительно оси O. Слева T_1 на плече $3R$, справа T_1 на плече R и T_2 на плече $3R$.

По сути составной блок — неравноплечий рычаг с опорой в O (рисунок 3): слева одна сила на длинном плече, справа — две силы на коротком и длинном.



Составной блок как рычаг: опора в O, плечи 3R слева, R и 3R справа.

Обратите внимание: натяжения по разные стороны большого диска различны ($T_2 \neq T_1$). Так бывает, только если нить не проскальзывает по диску (закреплена на нём или удерживается трением о его обод). Если бы нить свободно скользила по большому диску, было бы $T_2 = T_1$, и правило моментов дало бы $T_1 R = 0$ — равновесие невозможно. «Трение отсутствует» в условии относится к оси блоков.

2. Равновесие груза $2m$**.** На груз действуют сила тяжести $2m\vec{g}$ вниз и натяжение $\vec{T}_2$ вверх (рисунок 4). Условие равновесия в проекции на вертикаль:

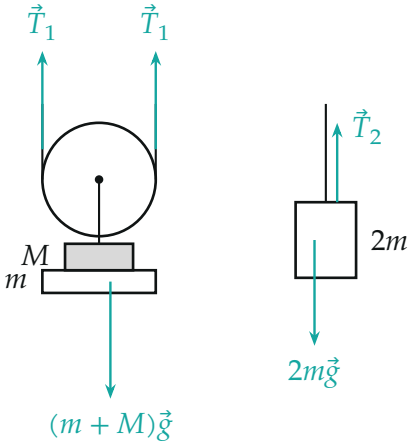
$$T_2 = 2mg.$$

Отсюда натяжение петли

$$T_1 = \frac{3}{2} T_2 = 3mg.$$

3. Равновесие подвижного блока с грузом. Подвижный блок с подвешенным грузом m и добавочной массой M — одно тело. Вверх его тянут два участка нити, каждый с силой T_1, вниз — сила тяжести $(m+M)\vec{g}$ (блок невесомый). Условие равновесия в проекции на вертикаль:

$$2T_1 = (m+M)g \quad \Rightarrow \quad 6mg = (m+M)g \quad \Rightarrow \quad M = 5m = 750 \text{ г}.$$



Слева — подвижный блок с грузом m и добавочной массой M: две силы T_1 вверх. Справа — груз $2m$ на нити с натяжением T_2.

Проверка. Размерность: масса через массу. Второй способ — через работу (золотое правило механики): повернём составной блок на малый угол φ против часовой стрелки. Верх большого диска уходит влево: левый участок удлиняется на $3R\varphi$, участок к грузу $2m$ укорачивается на $3R\varphi$ — груз $2m$ поднимается на $3R\varphi$. Правый край малого диска идёт вверх и наматывает нить на $R\varphi$. Петля удлиняется на $3R\varphi - R\varphi = 2R\varphi$, и подвижный блок опускается на половину этого, на $R\varphi$. В равновесии работа сил тяжести равна нулю:

$$(m+M)g \cdot R\varphi = 2mg \cdot 3R\varphi \quad \Rightarrow \quad M = 5m.$$

То же.

Смысл: малый диск «возвращает» часть нити, поэтому выигрыш в силе всей системы — шесть раз, а не два: груз $m+M=6m$ держит груз $2m$ на плече втрое большем.

Ответ. $M = 5m = 750$ г.