КПД «Камаза» и цикл Дизеля

Задача 8. [МОШ 2009/10, 10 класс, задача 8] Автомобиль «Камаз» проехал из Санкт-Петербурга в Москву за время $t = 16$ часов, пройдя по дороге 720 км и истратив объем $V = 200$ л дизельного топлива. Движительная установка автомобиля состоит из дизельного двигателя внутреннего сгорания, трансмиссии и шасси.

Найдите КПД (эффективность) автомобиля и его среднюю механическую мощность на всем пути, считая, что механические потери в трансмиссии и шасси составляют $\alpha = 5\%$, а двигатель работает по циклу Дизеля, рабочим телом которого является идеальный трехатомный газ (теплоемкость одного моля такого газа в изохорном процессе равна $C_V = 3R$). Цикл Дизеля состоит из четырёх процессов: адиабатного сжатия рабочего тела, изобарного подвода теплоты к рабочему телу, адиабатного расширения рабочего тела и его изохорного охлаждения, в конце которого осуществляется выпуск продуктов сгорания топлива в атмосферу. Удельная теплота сгорания дизельного топлива $q = 42$ МДж/кг, а его плотность $\rho = 0{,}82$ кг/л. Максимальный объём камеры сгорания — 6000 мл, минимальный — 375 мл, максимальный объём в изобарном процессе — 1500 мл, максимальное давление — 40 атм, максимальное давление при изохорном охлаждении — 6 атм.

▲ **Решение. Что происходит.** Автомобиль превращает энергию сгоревшего топлива в механическую работу в два шага. Сначала двигатель: рабочее тело (газ) получает теплоту от сгорания топлива только на одном участке цикла, совершает за цикл работу, а остальную теплоту отдаёт при охлаждении. Затем трансмиссия и шасси теряют долю α этой работы. Значит, КПД автомобиля равен КПД цикла Дизеля, умноженному на $(1 - \alpha)$. А КПД цикла считаем по подведённому и отведённому теплу, пользуясь тем, что тепло подводится при $p = \text{const}$, а отводится при $V = \text{const}$. Путь 720 км для ответа не нужен: нужны время, топливо и свойства цикла.

Обозначения. Состояния газа по циклу: 1 — начало адиабатного сжатия (максимальный объём $V_1 = 6{,}0$ л, давление p_1 — атмосферное), 2 — конец сжатия (минимальный объём $V_2 = 0{,}375$ л, максимальное давле-

ние $p_2 = 40$ атм), 3 — конец изобарного нагрева ($V_3 = 1{,}5$ л, давление p_2), 4 — конец адиабатного расширения (V_1, давление $p_4 = 6$ атм). Дальше изохорное охлаждение $4 \to 1$ и выпуск в атмосферу, давление падает до $p_1 = 1$ атм. ν — число молей рабочего газа, Q_+ — подведённое за цикл тепло, Q_- — отведённое, η_c — КПД цикла, η_a — КПД автомобиля, $\mathcal{N}$ — средняя механическая мощность.

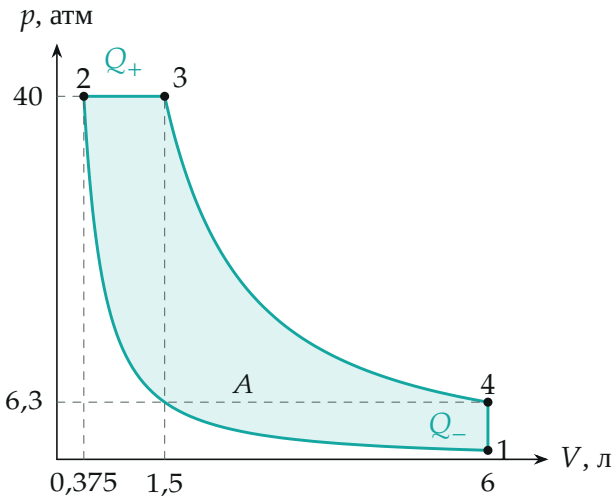


Рис. 1. Цикл Дизеля в осях p–V (V в литрах, p в атмосферах): $1 \to 2$ адиабатное сжатие, $2 \to 3$ изобарный нагрев (топливо горит, тепло Q_+), $3 \to 4$ адиабатное расширение, $4 \to 1$ изохорное охлаждение (тепло Q_- уходит в атмосферу); закрашено — работа A за цикл; точки 1 и 4 — по адиабатам из точек 2 и 3

1. Показатель адиабаты и проверка данных. Теплоёмкость при постоянном давлении $C_p = C_V + R = 4R$, значит $\gamma = C_p/C_V = 4/3$. Адиабата $1 \to 2$: $p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$, откуда $p_1 = 40 \cdot (0{,}375/6)^{4/3} = 40/16^{4/3} \approx 1$ атм — то есть давление в начале сжатия атмосферное (газ выпущен в атмосферу). Расширение $3 \to 4$ по адиабате даёт $p_4 = 40 \cdot (1{,}5/6)^{4/3} = 40/4^{4/3} \approx 6{,}3$ атм, а в условии задано 6 атм (рис. 2); дальше, как и организаторы, считаем по данным условия: $p_1 = 1$ атм, $p_4 = 6$ атм.

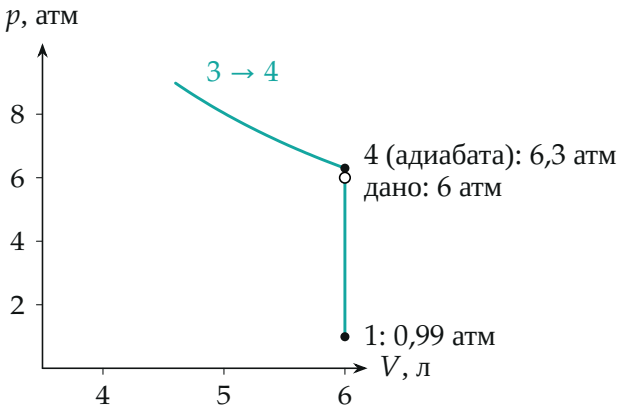


Рис. 2. Конец адиабатного расширения $3 \to 4$ и изохора $4 \to 1$ крупно: по адиабате $p_4 \approx 6{,}3$ атм, в условии — 6 атм

2. Подведённое тепло. На адиабатах теплообмена нет, тепло подводится только на изобаре $2 \to 3$. Первое начало и уравнение состояния при $p = \text{const}$: $Q_+ = \nu C_p (T_3 - T_2)$, а $\nu R (T_3 - T_2) = p_2 (V_3 - V_2)$, поэтому

$$Q_+ = \frac{C_p}{R} p_2 (V_3 - V_2) = 4 p_2 (V_3 - V_2) = 4 \cdot 40 \cdot 1{,}125 = 180.$$

Здесь давление в атмосферах, объём в литрах, тепло получается в атм·л.

3. Отведённое тепло. Тепло отдаётся только на изохоре $4 \to 1$, где работа равна нулю: $Q_- = \nu C_V (T_4 - T_1)$, и $\nu R (T_4 - T_1) = (p_4 - p_1) V_1$, значит

$$Q_- = 3 (p_4 - p_1) V_1 = 3 \cdot (6 - 1) \cdot 6 = 90.$$

4. КПД цикла и автомобиля. За цикл газ совершает работу $A = Q_+ - Q_-$, поэтому

$$\eta_c = 1 - \frac{Q_-}{Q_+} = 1 - \frac{3 (p_4 - p_1) V_1}{4 p_2 (V_3 - V_2)} = 1 - \frac{90}{180} = 0{,}5.$$

Трансмиссия и шасси теряют долю $\alpha = 0{,}05$ работы двигателя, до колёс

доходит $(1-\alpha)A$:

$$\eta_a = \eta_c\,(1-\alpha) = 0{,}5\cdot 0{,}95 = 0{,}475 = 47{,}5\%.$$

5. Энергия топлива и мощность. Масса топлива $\rho V = 0{,}82\cdot 200 = 164$ кг, теплота его сгорания $Q = q\rho V = 42\cdot 10^6\cdot 164 \approx 6{,}89\cdot 10^9$ Дж. Работа на колёсах $A_a = \eta_a Q$, время $t = 16\cdot 3600 = 57\,600$ с:

$$\mathcal{N} = \frac{\eta_a Q}{t} = \frac{q\rho V(1-\alpha)\,\eta_c}{t} = \frac{0{,}475\cdot 6{,}89\cdot 10^9}{5{,}76\cdot 10^4} \approx 5{,}68\cdot 10^4.$$

Получаем $\mathcal{N} \approx 56{,}8$ кВт ≈ 77 л.с. (1 л.с. $= 735{,}5$ Вт; у организаторов — 78 л.с., а заданное $p_4 = 6$ атм вместо адиабатных 6,3 атм — округление, с точными давлениями вышло бы $\eta_a \approx 0{,}45$, ответ даём по данным условия).

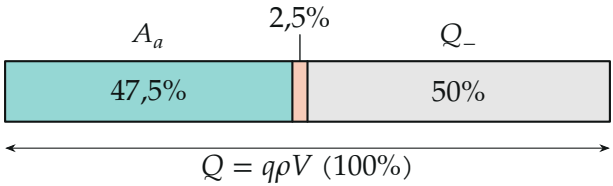


Рис. 3. Куда идёт энергия топлива: до колёс 47,5%, потери в трансмиссии 2,5%, тепло Q_- в атмосферу 50%

Обратите внимание. Теплоёмкость $3R$ и $\gamma = 4/3$ нужны, чтобы выразить тепло через p и V: $Q = \nu C\,\Delta T$ и $\nu R\,\Delta T = \Delta(pV)$ или $p\,\Delta V$. Температуры и число молей не нужны.

Проверка. Размерность: атм·л — единица работы, отношение Q_-/Q_+ безразмерно. Сила тяги: средняя скорость $720/16 = 45$ км/ч $= 12{,}5$ м/с, сила $\mathcal{N}/v = 56{,}8\cdot 10^3/12{,}5 \approx 4{,}5$ кН — разумно для грузовика.

Ответ. $\eta_a = \left(1 - \dfrac{3(p_4-p_1)V_1}{4p_2(V_3-V_2)}\right)(1-\alpha) = 0{,}475 = 47{,}5\%$; $\mathcal{N} = \dfrac{\eta_a q\rho V}{t} \approx 56{,}8$ кВт ≈ 77 л.с.