Блок питания и конденсатор

Задача 3. [МОШ 2009/10, 11 класс, задача 3] Современный лабораторный блок питания работает так: сначала ему задаются значения тока I_0 и напряжения U_0. После подключения нагрузки блок сам выбирает один из двух режимов: либо поддерживает напряжение на нагрузке равным U_0, если при этом ток через нагрузку не больше I_0 — либо поддерживает ток через нагрузку равным I_0, если при этом напряжение на нагрузке не больше U_0. В качестве нагрузки к такому блоку питания подсоединяют незаряженный конденсатор емкостью C. Нарисуйте график зависимости напряжения U на нем от времени t.

▲ **Решение. Что происходит.** Блок питания не имеет «своего» напряжения или тока: он ограничен сверху по обеим величинам, а какая из них будет держаться постоянной, решает нагрузка. У конденсатора ток и напряжение связаны не законом Ома, а соотношением $I = C\dfrac{dU}{dt}$: ток течёт только пока напряжение меняется. Поэтому вопрос сводится к тому, какой режим допустим в каждый момент. Класс задачи — зарядка конденсатора от источника с ограничением тока.

Обозначения. $U(t)$ — напряжение на конденсаторе, $I(t)$ — ток через него и через блок питания, q — заряд конденсатора, t_0 — момент перехода из одного режима в другой.

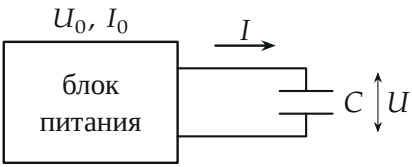


Рис. 1. Схема: блок питания с заданными U_0 и I_0 и незаряженный конденсатор

1. Почему в начале блок не может держать U_0. В начальный момент конденсатор не заряжен, $U(0) = 0$. Режим «напряжение U_0» потребовал бы мгновенно поднять напряжение на конденсаторе от нуля до U_0. Но $I = C\dfrac{dU}{dt}$, и скачок напряжения означает бесконечный ток,

а он превышает I_0. Значит, этот режим не разрешён, и блок выбирает второй.

2. Режим постоянного тока. Блок держит $I = I_0$. По определению тока заряд конденсатора растёт равномерно: $q = I_0 t$. Напряжение на конденсаторе $U = \dfrac{q}{C}$, поэтому

$$U(t) = \frac{I_0}{C}\, t.$$

Это прямая, выходящая из начала координат с наклоном $\dfrac{I_0}{C}$. Режим допустим, пока $U \le U_0$.

3. Момент переключения. Напряжение достигает U_0 при $\dfrac{I_0}{C}\, t_0 = U_0$, то есть

$$t_0 = \frac{CU_0}{I_0}.$$

Дальше держать ток I_0 нельзя: напряжение превысило бы U_0, а блок этого не допускает.

4. Режим постоянного напряжения. При $t > t_0$ блок держит $U = U_0$. Этот режим допустим: напряжение на конденсаторе постоянно, поэтому $I = C\dfrac{dU}{dt} = 0 \le I_0$. Конденсатор заряжен ($q = CU_0$), ток прекратился. Вернуться к режиму тока блок не может: при $I = I_0$ напряжение снова стало бы расти и вышло бы за U_0.

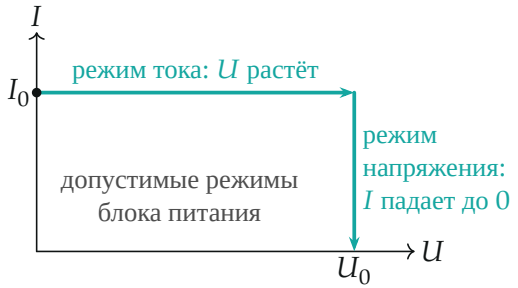


Рис. 2. Плоскость «напряжение — ток»: допустимы точки прямоугольника $0 \le U \le U_0$, $0 \le I \le I_0$; рабочая точка идёт вправо по верху, затем вниз

5. График. Собираем итог:

$$U(t) = \begin{cases} \dfrac{I_0}{C}\,t, & 0 \le t \le t_0 = \dfrac{CU_0}{I_0}, \\ U_0, & t \ge t_0. \end{cases}$$

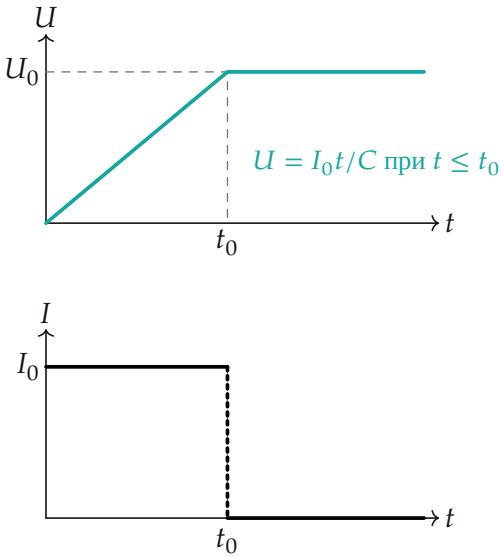


Рис. 3. Ответ: сверху $U(t)$ (прямая до U_0 за время $t_0 = CU_0/I_0$, затем горизонталь), снизу ток через конденсатор: I_0 до t_0, потом нуль

Обратите внимание. Блок питания не «выбирает» режим по желанию: допустим только тот, при котором не нарушены оба ограничения сразу. В начале нарушалось ограничение по току (режим напряжения невозможен), в конце оно перестаёт мешать (ток нулевой), а ограничение по напряжению не позволяет продолжать режим тока.

Проверка. Размерность: $\dfrac{CU_0}{I_0}$ — (Ф·В)/А = Кл/А = с. Заряд к моменту t_0: $I_0 t_0 = CU_0$, это ровно заряд конденсатора при напряжении U_0, график непрерывен в точке t_0. Предел $I_0 \to \infty$: $t_0 \to 0$, и напряжение сразу равно U_0 — блок работает как обычный источник напряжения. Предел $C \to 0$: $t_0 \to 0$, тоже мгновенная зарядка.

Ответ. График — прямая $U = \dfrac{I_0}{C}t$ от нуля до U_0 за время $t_0 = \dfrac{CU_0}{I_0}$, далее горизонталь $U = U_0$ (рис. 3).