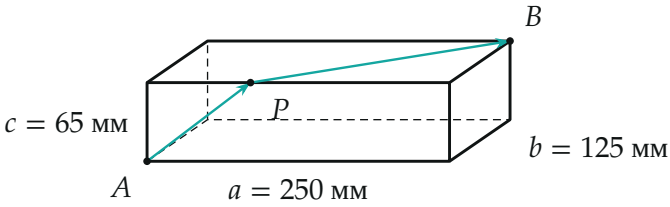
Муравьишка на кирпиче

Задача 1. [МОШ 2009/10, 8 класс, задача 1] На углу стандартного кирпича с размерами 250 × 125 × 65 мм находится Муравьишка. Он может ползать по поверхности кирпича в любом направлении со скоростью 20 мм/сек. За какое минимальное время он сможет добежать до максимально удаленного от него угла кирпича?



Кирпич и один из путей Муравьишки из угла A в противоположный угол B: через точку P на ребре.

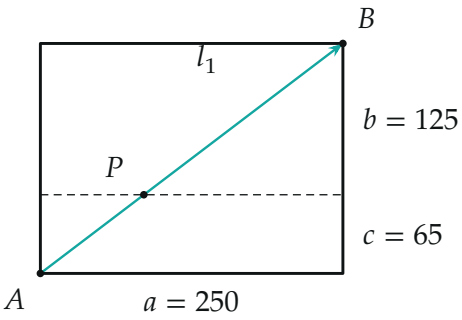
▲ **Решение. Что происходит.** Муравьишка ползёт по поверхности, поэтому напрямую через кирпич не пройти. Кратчайший путь по поверхности многогранника — прямая на развёртке: если мысленно повернуть вокруг ребра одну грань в плоскость соседней, длины на гранях не изменятся, а путь, пересекающий ребро, станет отрезком. Главная идея — перебрать развёртки и выбрать самую короткую. Время — длина пути, делённая на скорость: скорость постоянна, так что минимальное время соответствует кратчайшему пути.

Обозначения. $a = 250$ мм, $b = 125$ мм, $c = 65$ мм — рёбра кирпича; A — угол, где сидит Муравьишка; B — противоположный (самый далёкий) угол; $v = 20$ мм/с.

1. Куда ползти. Из A можно выйти на три грани, и в B тоже сходятся три грани. Путь, идущий через две грани, пересекает одно ребро. Вариантов три по тому, какое ребро пересекается (по два пути на каждый вариант, они зеркальны и равны). Разворачиваем в плоскость две грани и соединяем A с B прямой.

2. Первая развёртка: грани $a \times c$ и $a \times b$. Передняя грань и верхняя лежат в одной плоскости, ребро между ними — шов. Получился прямо-

угольник $a \times (b + c)$, угол A — в одной его вершине, B — в противоположной. Путь — диагональ.



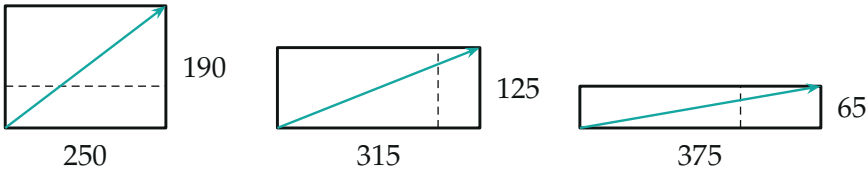
Развёртка: передняя и верхняя грани. Пунктир — ребро (шов), по которому грани повёрнуты в одну плоскость; размеры в мм.

Прямоугольный треугольник с катетами a и $b + c$:

$$l_1 = \sqrt{a^2 + (b + c)^2} = \sqrt{250^2 + 190^2}\ \text{мм} \approx 314\ \text{мм}.$$

3. Две другие развёртки. Второй вариант — грани $a \times b$ (нижняя) и $b \times c$ (боковая) в одной плоскости: прямоугольник $(a + c) \times b$, катеты $a + c$ и b. Третий — грани $a \times c$ и $b \times c$: прямоугольник $(a + b) \times c$, катеты $a + b$ и c:

$$l_2 = \sqrt{(a + c)^2 + b^2} \approx 339\ \text{мм}, \qquad l_3 = \sqrt{(a + b)^2 + c^2} \approx 381\ \text{мм}.$$



Три развёртки в одном масштабе; диагонали — l_1, l_2, l_3 слева направо; размеры катетов в мм. Сумма катетов везде одна — 440 мм.

Самый короткий путь — первый: $l_{\min} = l_1 \approx 314$ мм. Причина простая: в каждом варианте сумма катетов $a + b + c = 440$ мм общая, а

диагональ короче всего, когда катеты ближе друг к другу по длине — в первом случае они 250 и 190, в других 315 и 125, 375 и 65.

4. Время. Скорость постоянна, поэтому

$$t_{\min} = \frac{l_1}{v} = \frac{\sqrt{a^2 + (b+c)^2}}{v} \approx \frac{314\text{ мм}}{20\text{ мм/с}} \approx 15{,}7\text{ с}.$$

Обратите внимание. Диагональ внутри кирпича $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \approx 287$ мм — не путь Муравьишки: через кирпич ползти нельзя. По поверхности путь заведомо длиннее.

Проверка. Размерность: мм / (мм/с) = с. Путь по поверхности (314 мм) больше пространственной диагонали (287 мм) — как и должно быть. Для куба с ребром a получилось бы $\sqrt{5}\,a$ — известный ответ для двух граней. Смысл: на развёртке задача на кратчайший путь сводится к теореме Пифагора.

Ответ. $t_{\min} = \dfrac{\sqrt{a^2 + (b+c)^2}}{v} \approx 15{,}7$ с (путь ≈ 314 мм по двум граням).