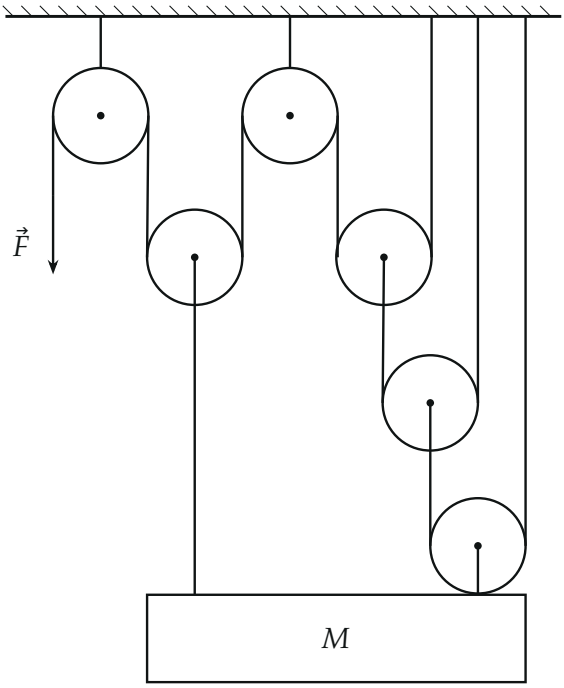
Шесть блоков и груз

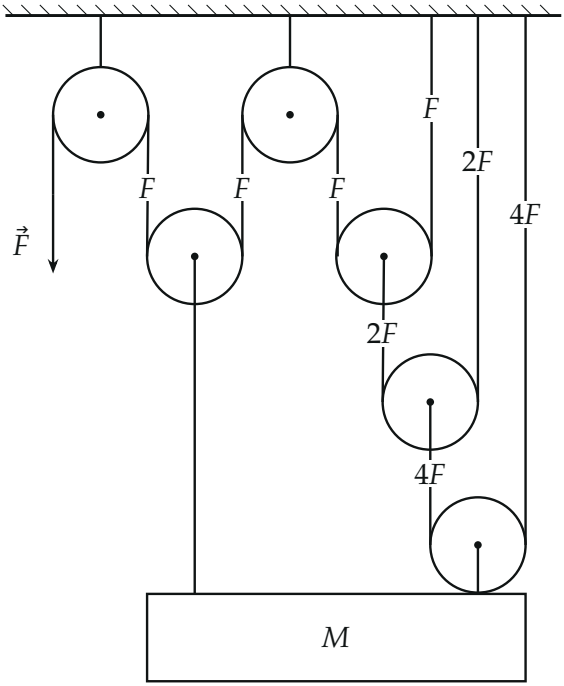
Задача 2. [МОШ 2009/10, 8 класс, задача 2] Для удержания тяжелого груза используется система из шести блоков и нескольких тросов, прикрепленных к потолку так, как показано на рисунке. С какой силой F надо тянуть вниз за конец троса, свисающего с левого блока, чтобы удерживать груз массой $M = 500$ кг в равновесии? Участки тросов, не лежащие на блоках, вертикальны; весом блоков и тросов, а также трением можно пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с^2.



▲ **Решение.** **Что происходит.** Все блоки и тросы лёгкие, трения нет. Поэтому вдоль одного троса сила натяжения одинакова, а на каждый лёгкий блок результирующая сила равна нулю: сила, с которой он тянет подвес вниз, равна сумме сил натяжения тросов, охватывающих блок сверху. Главная идея — пройти по системе от руки к грузу и на каждом блоке записать условие равновесия. Блоков с подвесом на потолке два

(левый и средний верхние) — они только меняют направление троса; остальные четыре висят на тросах и силу умножают.

Обозначения. Ось y вертикально вверх. Тросов три: трос 1 — от руки, через два верхних блока и нижний левый блок B, до потолка; трос 2 — от оси блока D вниз вокруг блока E до потолка; трос 3 — от оси блока E вниз вокруг блока G до потолка. Блок B и ось блока G закреплены на грузе.



Натяжения тросов на каждом участке. Верхние блоки неподвижны, остальные висят на тросах.

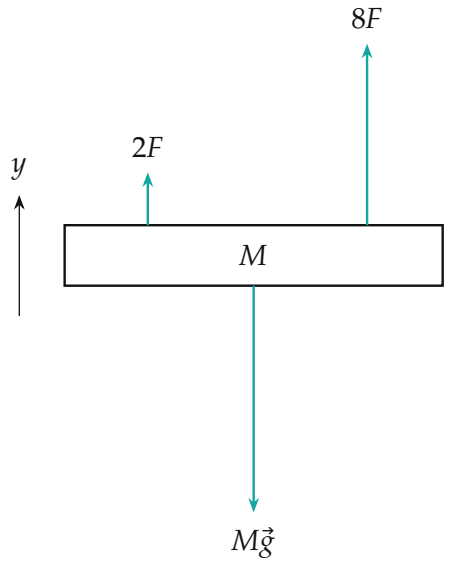
1. Трос 1. Он перекинут через лёгкие блоки без трения, на конце тянет рука с силой F, значит, натяжение на всех его участках равно F.

2. Блок B (трос 1). Трос 1 огибает блок B снизу: оба вертикальных участка тянут блок вверх, каждый с силой F. Блок лёгкий, и в равновесии подвес блока (сила со стороны груза) тянет его вниз с силой $2F$. По третьему закону Ньютона блок тянет груз вверх с силой $2F$.

3. Блок D (тросы 1 и 2). Трос 1 огибает блок D снизу: вверх тянут два участка, $2F$. Вниз блок тянет трос 2 с силой T_2. Второй закон Ньютона для лёгкого блока в проекции на y: $2F - T_2 = 0$, откуда $T_2 = 2F$.

4. Блок E (тросы 2 и 3). Трос 2 огибает блок E снизу, вверх тянут два участка по T_2. Вниз — трос 3 с силой T_3: $2T_2 - T_3 = 0$, $T_3 = 2T_2 = 4F$.

5. Блок G (трос 3). Трос 3 огибает блок G: вверх тянут два участка по T_3, значит, ось блока тянет груз вверх с силой $2T_3 = 8F$.



Силы, действующие на груз: стрелки в масштабе ($2F : 8F : Mg = 2 : 8 : 10$).

6. Груз. Груз неподвижен: сумма сил равна нулю. На него действуют $M\vec{g}$ вниз, сила $2F$ от блока B и сила $8F$ от блока G вверх. В проекции на y:

$$2F + 8F - Mg = 0 \quad \Rightarrow \quad F = \frac{Mg}{10} = \frac{500\ \text{кг} \cdot 10\ \text{м/с}^2}{10} = 500\ \text{Н}.$$

Обратите внимание. Верхние неподвижные блоки силу не меняют — только направление, поэтому в уравнениях они не появились. Груз держат только блоки B и G, прикреплённые к нему: блоки D и E висят

на тросах и грузу своей силы не передают, они лишь умножают силу в цепочке тросов.

Проверка (второй способ). Золотое правило механики: выигрыш в силе равен проигрышу в пути. Пусть груз поднялся на h. Блок G поднялся на h, а так как нерастяжимый трос 3 охватывает его двумя участками, блок E поднялся на $2h$; по тросу 2 блок D поднялся на $4h$. Длина троса 1 равна $\ell + 2y_B + 2y_D + \text{const}$, где y_B, y_D — глубины блоков B и D под потолком, а ℓ — свисающий кусок; она постоянна, поэтому рука опустилась на $2h + 2 \cdot 4h = 10h$. Работа руки $F \cdot 10h$ равна приращению потенциальной энергии груза Mgh: $F = Mg/10$. Ответ тот же. Смысл: сила 500 Н тянет то, что весит 5000 Н, а рука проходит путь вдесятеро больший пути груза.

Ответ. $F = Mg/10 = 500$ Н.