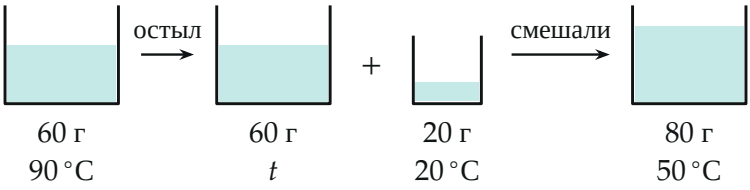
Кофе и слуга

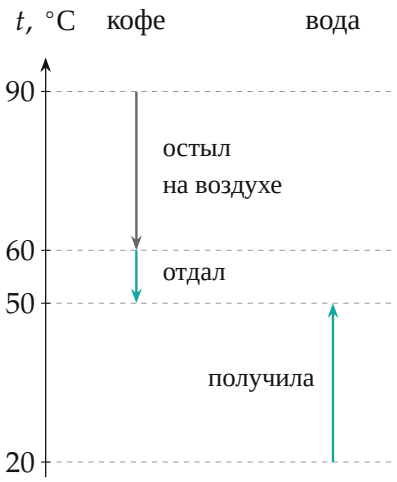
Задача 4. [МОШ 2009/10, 8 класс, задача 4] Король любит за завтраком пить кофе, имеющий температуру ровно 50 °C. Хитрый слуга наливает в чашку 60 г кофе, имеющего температуру 90 °C, ждёт, пока он остынет до некоторой температуры, затем добавляет в чашку 20 г воды, имеющей температуру 20 °C, перемешивает содержимое чашки и сразу подаёт королю. Какую температуру имеет кофе в момент добавления в него воды? Удельные теплоёмкости воды и кофе считать одинаковыми.



Поясняющий рисунок: что делает слуга. Высота жидкости пропорциональна массе.

▲ **Решение.** **Что происходит.** Кофе сначала остывает на воздухе: тепло уходит в окружающую среду, и сколько именно — нам не нужно знать. Потом слуга вливает холодную воду, и теплообмен идёт уже внутри чашки: кофе отдаёт тепло воде, пока температура не выровняется. Главная идея — уравнение теплового баланса для смешивания: потеряет кофе ровно столько тепла, сколько получит вода. Первый этап (остывание на воздухе) в уравнение не входит: он только определяет, с какой температуры t кофе начинает смешивание.

Обозначения. $m_1 = 60$ г — масса кофе, $m_2 = 20$ г — масса воды, $t_2 = 20\,^\circ\text{C}$ — температура воды, $\theta = 50\,^\circ\text{C}$ — температура после смешивания, t — искомая температура кофе перед смешиванием, c — удельная теплоёмкость (одна и та же у воды и кофе).



Температуры по шкале: кофе остывает с 90 до $t = 60\,^\circ C$ на воздухе, затем при смешивании от t до $50\,^\circ C$; вода греется от 20 до $50\,^\circ C$.

1. Тепло, отданное кофе при смешивании. Кофе остывает от t до θ, масса m_1:

$$Q_1 = c\,m_1\,(t - \theta).$$

2. Тепло, полученное водой. Вода нагревается от t_2 до θ:

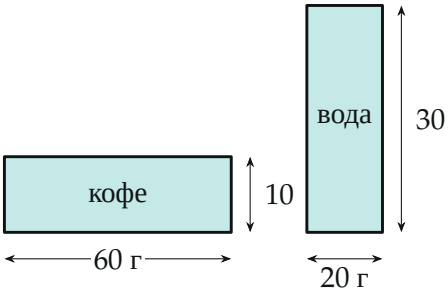
$$Q_2 = c\,m_2\,(\theta - t_2).$$

3. Уравнение теплового баланса. Чашка с содержимым — замкнутая система на время смешивания: слуга подаёт кофе сразу, обменом с воздухом и теплоёмкостью чашки пренебрегаем. Тогда $Q_1 = Q_2$:

$$c\,m_1\,(t - \theta) = c\,m_2\,(\theta - t_2).$$

Теплоёмкость c сократилась — ради этого в условии сказано, что она одна у воды и кофе. Неизвестное t:

$$t = \theta + \frac{m_2}{m_1}\,(\theta - t_2) = 50 + \frac{20}{60}\cdot 30 = 50 + 10 = 60\,^\circ\text{C}.$$



Прямоугольники «масса × изменение температуры»: площадь пропорциональна теплу $Q = cm\Delta t$. Площади равны: $60 \cdot 10 = 20 \cdot 30$.

4. Второй способ — температура смеси. Одинаковая теплоёмкость делает температуру смеси средневзвешенной по массам:

$$\theta = \frac{m_1 t + m_2 t_2}{m_1 + m_2} \quad \Rightarrow \quad 50 = \frac{60\,t + 20 \cdot 20}{80}$$

$$60\,t = 4000 - 400 \quad \Rightarrow \quad t = 60\,^\circ\text{C}.$$

Результат тот же.

Обратите внимание. В уравнение входит только охлаждение от t до $50\,^\circ$C — с момента добавления воды. Остывание с $90\,^\circ$C до t (тепло ушло в воздух) в баланс не входит: нельзя писать $m_1(90 - 50)$ вместо $m_1(t - 50)$.

Проверка. Температура $t = 60\,^\circ$C лежит между 50 и $90\,^\circ$C, как и должна. Предельные случаи: масса воды $m_2 \to 0$ даёт $t \to 50\,^\circ$C — смешивать нечего, кофе уже нужной температуры; вода при $t_2 = \theta$ даёт тоже $t = 50\,^\circ$C. Смысл: чтобы после добавления 20 г холодной воды кофе стал ровно $50\,^\circ$C, ему нужно перед этим остыть только до $60\,^\circ$C — вода сама снимет остальные 10 градусов.

Ответ. $t = \theta + \dfrac{m_2}{m_1}(\theta - t_2) = 60\,^\circ$C.