Блок питания с ограничением тока

Задача 4. [МОШ 2009/10, 9 класс, задача 4] Современный лабораторный блок питания работает так: сначала ему задаются значения тока I_0 и напряжения U_0. После подключения нагрузки блок сам выбирает один из двух режимов: либо поддерживает напряжение на нагрузке равным U_0, если при этом ток через нагрузку не больше I_0 — либо поддерживает ток через нагрузку равным I_0, если при этом напряжение на нагрузке не больше U_0. При каком сопротивлении нагрузки R в ней будет выделяться наибольшая мощность $W_{\max}$ и чему она равна?

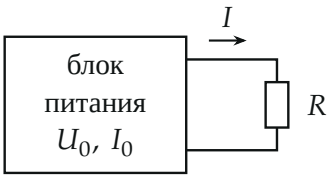


Рис. 1. Блок питания и нагрузка (поясняющий рисунок)

▲ **Решение. Что происходит.** Блок — это источник с двумя потолками: напряжение на нагрузке не выше U_0, ток не выше I_0. Пока нагрузка «лёгкая» (большое R, ток мал), блок держит напряжение U_0; ток находится по закону Ома. Когда нагрузка «тяжёлая» (малое R), блок упирается в потолок по току: держит I_0, а напряжение получается по закону Ома. Мощность в нагрузке $W = UI$, и в каждом режиме она по-своему зависит от R. Класс задачи — перебор режимов с границей между ними: найдём границу, мощность в каждом режиме, максимум.

Обозначения. U, I — напряжение на нагрузке и ток через неё; $W = UI$ — мощность.

1. Где проходит граница между режимами. Режим напряжения: блок поддерживает $U = U_0$, тогда по закону Ома для участка цепи $I = U_0/R$. Он возможен, пока ток не превышает потолок: $U_0/R \le I_0$, то есть

$$R \ge R_* = \frac{U_0}{I_0}.$$

Режим тока: блок поддерживает $I = I_0$, напряжение на нагрузке $U = I_0 R$. Он возможен, пока напряжение не превышает потолок: $I_0 R \le U_0$, то есть $R \le R_*$. Каждому R соответствует ровно один режим; при $R = R_*$ оба условия выполнены разом, и блок даёт и U_0, и I_0.

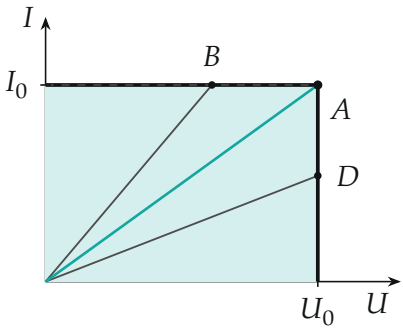


Рис. 2. Вольт-амперная картина блока: рабочая точка лежит в прямоугольнике $U \le U_0$, $I \le I_0$ — в режиме тока на его верхней стороне, в режиме напряжения на правой. Прямые $I = U/R$ для трёх нагрузок: $R = R_*$ (через угол A, бирюзовая), $R < R_*$ (точка B на верхней стороне), $R > R_*$ (точка D на правой стороне)

2. Мощность в каждом режиме.

- $R \le R_*$ (режим тока): $W = UI = (I_0 R)\, I_0 = I_0^2 R$ — растёт пропорционально R.
- $R \ge R_*$ (режим напряжения): $W = UI = U_0 \cdot \dfrac{U_0}{R} = \dfrac{U_0^2}{R}$ — убывает с ростом R.

При $R = R_*$ обе формулы дают одно и то же: $I_0^2 \cdot U_0/I_0 = U_0^2/(U_0/I_0) = I_0 U_0$.

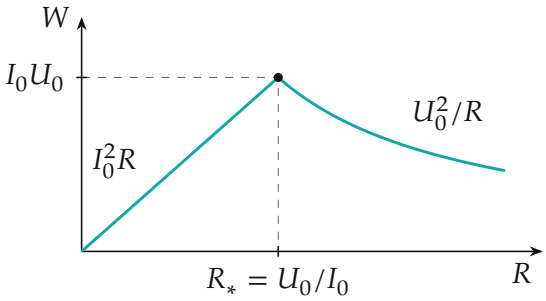


Рис. 3. Мощность в нагрузке как функция R: рост в режиме тока, спад в режиме напряжения, максимум на границе

3. Где максимум. Слева от R_* мощность растёт, справа убывает, значит максимум — в точке R_* (излом графика):

$$R = \frac{U_0}{I_0}, \qquad W_{\max} = I_0U_0.$$

Второй способ: прямоугольник. Мощность $W = UI$ — площадь прямоугольника со сторонами U и I (рис. 2). Блок допускает только $U \le U_0$ и $I \le I_0$, поэтому площадь не больше площади всего прямоугольника U_0I_0, и достигается она, только когда точка (U, I) — его угол A. Прямая $I = U/R$ проходит через угол A при $I_0 = U_0/R$, то есть $R = U_0/I_0$ — тот же результат без вычисления мощности по режимам.

Обратите внимание. Максимум нельзя искать приравниванием производной dW/dR нулю: в точке R_* у графика излом, и производная слева ($I_0^2 > 0$) отличается от производной справа ($-I_0^2 < 0$) скачком. Максимум находят сравнением режимов.

Проверка. Размерность: А · В = Вт; I_0^2R и U_0^2/R — тоже ватты. Пределы: $R \to 0$ (почти короткое замыкание): $U = I_0R \to 0$ и $W \to 0$; $R \to \infty$ (почти обрыв): $I = U_0/R \to 0$ и $W \to 0$. Значит, посередине есть максимум. $W_{\max} = U_0I_0$ — наибольшая мощность, которую блок вообще может отдать (оба потолка достигнуты сразу), больше получить нельзя. Максимум находится на границе режимов, где блок упирается сразу в оба ограничения.

Ответ. $R = \dfrac{U_0}{I_0}$, $W_{\max} = I_0U_0$.