Омметр из батарейки и миллиамперметра

Задача 8. [МОШ 2009/10, 9 класс, задача 8] Вова и Дима решили изготовить прибор для измерения сопротивления резисторов — «омметр». Для этого они взяли батарейку с известным постоянным напряжением $U = 1{,}5$ В, резистор с известным сопротивлением $R = 150$ Ом, миллиамперметр с диапазоном от 0 мА до 20 мА, соединительные провода и две клеммы для подсоединения измеряемого сопротивления. Нарисуйте, какие возможные схемы из этих элементов могут собрать Вова и Дима, и объясните, как в этих схемах показания миллиамперметра можно перевести в величину измеряемого сопротивления R_x.

▲ **Решение. Что происходит.** Омметр — это амперметр, проградуированный в омах: батарейка с известным напряжением даёт ток, который зависит от измеряемого сопротивления R_x, а по показанию амперметра I мы находим R_x. Значит, надо так включить R_x (две клеммы), резистор R и миллиамперметр, чтобы ток через амперметр зависел от R_x. Способов, дающих такую зависимость, три — различаются тем, как R и R_x соединены между собой и с амперметром. Для каждого запишем показание I через R_x, выразим R_x и найдём диапазон, который допускает шкала до 20 мА.

Обозначения и допущения. I — показание миллиамперметра, $I_{\max} = 20$ мА — предел его шкалы. Батарейка идеальна (напряжение U не зависит от тока), амперметр идеален (его сопротивление равно нулю). Закон Ома для участка цепи: $I = U/R_{\text{уч}}$. Полезные числа: $U/R = 1{,}5/150 = 10$ мА, $U/I_{\max} = 1{,}5/0{,}02 = 75$ Ом.

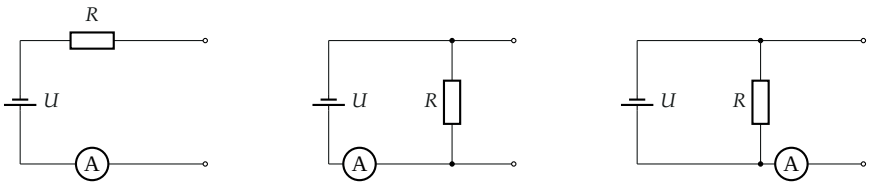


схема 1 схема 2 схема 3

Рис. 1. Три схемы омметра; измеряемое сопротивление R_x подключается к клеммам справа (кружки)

Схема 1: всё последовательно. Батарейка, R, амперметр и R_x образуют одну цепь, общее сопротивление $R + R_x$:

$$I = \frac{U}{R + R_x} \quad \Rightarrow \quad R_x = \frac{U}{I} - R.$$

Клеммы замкнуты накоротко ($R_x = 0$): $I = U/R = 10$ мА — это меньше 20 мА, прибор цел. Клеммы разомкнуты ($R_x \to \infty$): $I \to 0$. Значит, схема измеряет любые R_x от 0 до ∞, показания лежат в пределах 0 … 10 мА.

Схема 2: R параллельно R_x, амперметр в общей цепи. Идеальная батарейка даёт напряжение U на обе параллельные ветви: ток в ветви с R равен U/R (он всегда одинаков), а в ветви с R_x — U/R_x. Амперметр стоит до разветвления и показывает сумму:

$$I = \frac{U}{R} + \frac{U}{R_x} \quad \Rightarrow \quad R_x = \frac{UR}{IR - U}.$$

Предел шкалы $I \leq 20$ мА требует $U/R_x \leq 20 - 10 = 10$ мА, то есть $R_x \geq U/(10\text{ мА}) = 150$ Ом. При $R_x \to \infty$ ветвь R_x не работает, показание 10 мА. Диапазон: от 150 Ом до ∞, показания 10 … 20 мА.

Схема 3: амперметр в ветви с R_x. Батарейка и резистор R соединены напрямую, а амперметр включён последовательно только с R_x. На ветвь с R_x приходит напряжение U, ток в ней — единственный, который видит амперметр:

$$I = \frac{U}{R_x} \quad \Rightarrow \quad R_x = \frac{U}{I}.$$

Условие $I \leq 20$ мА даёт $R_x \geq U/I_{\max} = 75$ Ом. Диапазон: от 75 Ом до ∞, показания 0 … 20 мА. Резистор R на показания не влияет (идеальная батарейка сама держит U), он здесь лишний.

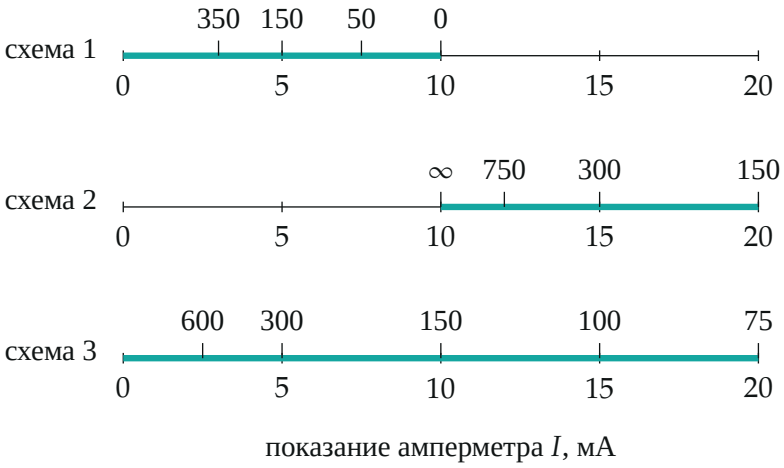


Рис. 2. Шкалы омметров: бирюзовая часть — рабочие показания, цифры над рисками — R_x в омах

Как перевести показания. Для каждой схемы — своя формула; чтобы пользоваться без вычислений, прибор градуируют: у делений шкалы подписывают R_x (рис. 2). Примеры (в омах; «—» значит, что такого показания в схеме не бывает):

I, мА	схема 1	схема 2	схема 3
5	150	– – –	300
10	0	∞	150
15	– – –	300	100
20	– – –	150	75

Шкала схемы 1 неравномерна (сжата на больших R_x), у схемы 3 — обратная пропорциональность.

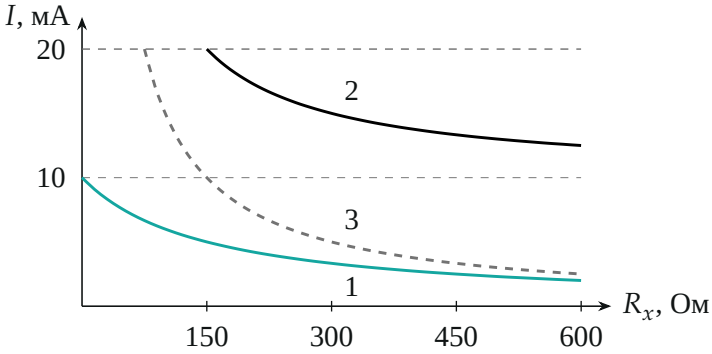


Рис. 3. Показание амперметра как функция R_x: схема 1 (бирюзовая) идёт от 10 мА к нулю, схема 2 (чёрная) — от 20 мА к 10 мА, схема 3 (штриховая) — от 20 мА к нулю; предел шкалы 20 мА

Обратите внимание. В схемах 2 и 3 при замкнутых клеммах ($R_x \to 0$) ток превысит 20 мА (в схеме 3 при $R_x = 0$ вся батарейка замкнётся на амперметр), поэтому их нижняя граница не нуль: 150 и 75 Ом. Остальные способы собрать цепь из этих элементов не годятся: если амперметр стоит в ветви с R, а R_x в параллельной ветви, показание всегда $U/R = 10$ мА и от R_x не зависит; если R_x подключён прямо к батарейке — тоже не зависит.

Проверка. Размерность: В/Ом = А. Граничные случаи: схема 1 при $R_x = 0$ — 10 мА; схема 2 при $R_x = 150$ Ом — 10 + 10 = 20 мА, ровно предел шкалы; схема 3 при $R_x = 75$ Ом — 1,5/75 = 20 мА. Предел $R_x \to \infty$ (клеммы разомкнуты): схема 1 и схема 3 показывают $I \to 0$, схема 2 — 10 мА (течёт только через R); в формуле $R_x = UR/(IR - U)$ знаменатель при этом стремится к нулю, то есть $R_x \to \infty$.

Ответ. Схема 1 (последовательно): $R_x = U/I - R$, диапазон от 0 до ∞. Схема 2 (R параллельно R_x, амперметр в общей цепи): $R_x = UR/(IR - U)$, диапазон от 150 Ом до ∞. Схема 3 (амперметр в ветви с R_x): $R_x = U/I$, диапазон от 75 Ом до ∞.