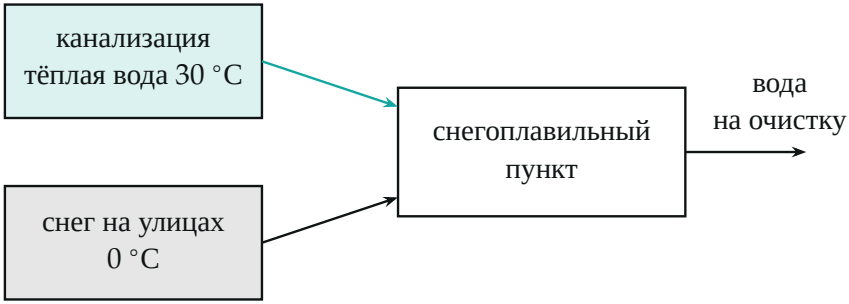
Снегоплавильные пункты Москвы

Задача 4. [МОШ 2010/11, 8 класс, 1-й тур, задача 4] В Москве построили 30 снегоплавильных пунктов, в которых собранный с улиц снег расплавляется и уже в жидком виде отправляется на очистку. Для плавления снега используется теплая вода из канализации, причем сейчас используется только 1% от сбрасываемого в канализацию количества теплоты. Оцените, сколько процентов от сбрасываемой в канализацию теплой воды надо израсходовать, чтобы перетопить весь выпадающий на улицы и площади снег.

Известно, что на одного москвича в среднем приходится 10 м^2 площади улиц, тротуаров и площадей. Каждый житель сливает в канализацию в среднем 100 л воды в сутки, при этом средняя температура воды на входе в сливное отверстие равна +30 °C. Средняя месячная норма осадков зимой для Москвы $\approx$ 50 мм (в пересчете на воду). Теплота плавления снега, как и льда, равна примерно $3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг, плотность воды равна 1000 кг/м^3, удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·°C).



Поясняющий рисунок: в пункте снег плавится за счёт тепла, которое отдаёт остывающая тёплая вода из канализации.

▲ **Решение. Что происходит.** Задача на тепловой баланс с плавлением. Чтобы растопить снег, нужно подвести количество теплоты $Q_{\text{сн}}$, а тёплая сточная вода, остывая, может отдать $Q_{\text{ст}}$. Искомые проценты — отношение $Q_{\text{сн}}/Q_{\text{ст}}$, взятое для одного и того же промежутка времени и в расчёте на одного человека: именно столько данных в условии. Главная идея — перейти к «одному москвичу» за месяц: на него приходятся 10 м^2 улиц и 100 л воды в сутки.

Обозначения. $s = 10$ м^2 — площадь на одного жителя, $h_{\text{ос}} = 50$ мм $= 0{,}05$ м — месячная норма осадков в пересчёте на воду, $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг, $c = 4200$ Дж/(кг·°C), $\rho = 1000$ кг/м^3, $t = 30$ °C — температура воды из канализации; месяц — 30 суток.

1. Масса снега на одного жителя за месяц. Слой воды $h_{\text{ос}}$ на площади s даёт объём воды $V = h_{\text{ос}}s = 0{,}05 \cdot 10 = 0{,}5$ м^3; масса снега (это тот же вес воды):

$$m_{\text{сн}} = \rho V = 1000 \cdot 0{,}5 = 500 \text{ кг}.$$

2. Тепло, нужное для плавления. Снег уже при температуре плавления (0 °C), греть его не надо — только расплавить:

$$Q_{\text{сн}} = \lambda m_{\text{сн}} = 3{,}3 \cdot 10^5 \cdot 500 = 1{,}65 \cdot 10^8 \text{ Дж}.$$

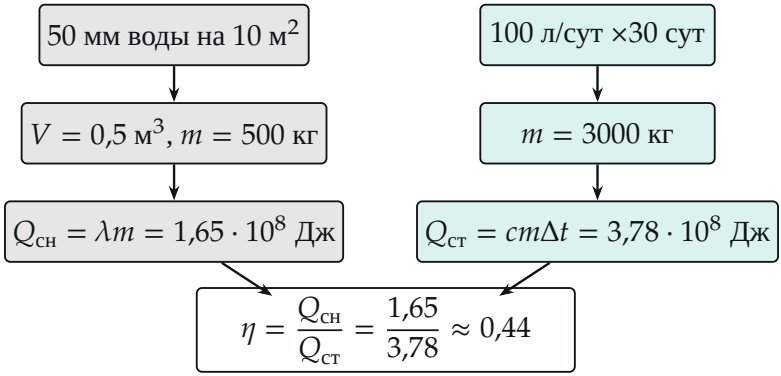


Схема расчёта на одного жителя за месяц: слева — снег (серые блоки), справа — сточная вода (бирюзовые), внизу — их отношение.

3. Масса и тепло сточной воды. Один человек сливает за месяц $m_{\text{ст}} = \rho \cdot 0{,}1$ м$^3 \cdot 30 = 3000$ кг воды (в сутки 100 л $= 0{,}1$ м^3). Сточная вода может остыть от 30 °C до 0 °C (при 0 °C снег уже плавиться перестанет) и отдать

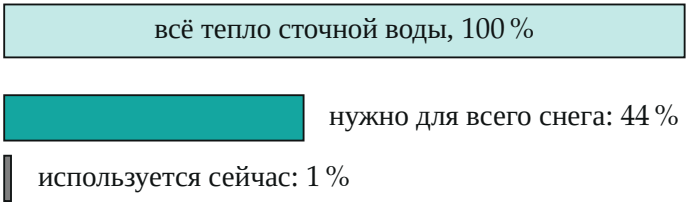
$$Q_{\text{ст}} = c\, m_{\text{ст}}\, (30 - 0) = 4200 \cdot 3000 \cdot 30 = 3{,}78 \cdot 10^8 \text{ Дж}.$$

4. Какую долю надо взять. Расплавить весь снег можно, израсходо-

вав тепло $Q_{\text{сн}}$; это доля от всего тепла сточной воды

$$\eta = \frac{Q_{\text{сн}}}{Q_{\text{ст}}} = \frac{1{,}65 \cdot 10^8}{3{,}78 \cdot 10^8} \approx 0{,}44 = 44\,\%.$$

Доли сточной воды и её тепла совпадают: вода у всех горожан одинаково тёплая, поэтому процент воды равен проценту тепла.



Доли тепла от сбрасываемого в канализацию за месяц: нужная для всего снега (44 %) в 44 раза превышает то, что используют сейчас (1 %).

Обратите внимание. Число пунктов (30) и использованный сейчас 1 % для расчёта не нужны: они лишь показывают масштаб — нужно использовать почти в 44 раза больше тепла, чем сейчас. Второе: снег греть до 0 °C не нужно, а воду из канализации можно остужать не ниже 0 °C; брать температуру 30 °C как разность с нулём — осознанное допущение, это оценка.

Проверка. Размерность: λm и $cm\Delta t$ — оба в джоулях, отношение безразмерно. Порядок величины: килограмм воды, остывая на 30 °C, отдаёт $1{,}26 \cdot 10^5$ Дж — это 0,38 от тепла плавления килограмма снега. Воды в $3000/500 = 6$ раз больше, чем снега, значит, тепла в ней в $6 \cdot 0{,}38 \approx 2{,}3$ раза больше, чем надо на снег; обратная величина $1/2{,}3 \approx 0{,}44$ — та же доля.

Физический смысл: тепла сточных вод с запасом хватает, чтобы убрать весь снег, — достаточно примерно 44 % его; сейчас используют лишь 1 %, то есть можно перерабатывать в 44 раза больше.

Ответ. $\eta = \dfrac{Q_{\text{сн}}}{Q_{\text{ст}}} = \dfrac{\lambda \rho h_{\text{ос}} s}{c\, m_{\text{ст}}\, \Delta t} \approx 44\,\%$ тепла сбрасываемой в канализацию воды (в 44 раза больше, чем используется сейчас).