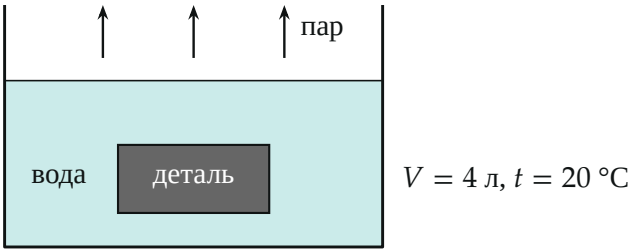
Горячая деталь в воде

Задача 7. [МОШ 2010/11, 8 класс, 2-й тур, задача 3] В сосуд, где находилось $V = 4$ литра воды при температуре $t = 20$ °C, опускают сильно нагретую стальную деталь массой $m = 2{,}4$ кг. При этом часть воды быстро испаряется, так, что температура оставшейся части воды практически не успевает измениться. После установления теплового равновесия температура воды в сосуде оказывается равной $t_р = 25$ °C. Найдите начальную температуру стальной детали. Удельная теплоёмкость воды $c_в = 4200$ Дж/(кг·°C), удельная теплоемкость стали $c_с = 460$ Дж/(кг·°C). Удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}2 \cdot 10^6$ Дж/кг, плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3. Всеми потерями теплоты из сосуда, кроме испарения, пренебречь.

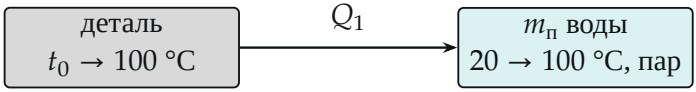


Поясняющий рисунок: горячая деталь в воде; часть воды закипает и уходит паром, остальная вода почти не успевает нагреться.

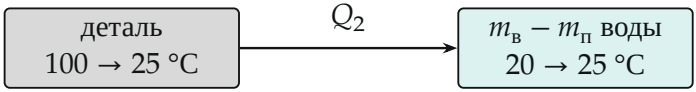
▲ **Решение. Что происходит.** Задача на тепловой баланс с испарением в два этапа. Сначала деталь коротко соприкасается с водой, остывая до 100 °C; отданное тепло уходит на нагрев части воды $m_п$ от t до 100 °C и превращение её в пар, остальная вода остаётся при t. Затем деталь (уже при 100 °C) и оставшаяся вода выравнивают температуры до $t_р$. Главная идея — записать два уравнения баланса, из второго найти массу испарившейся воды, из первого — начальную температуру детали.

Обозначения. t_0 — искомая начальная температура детали, $m_п$ — масса испарившейся воды, $m_в = \rho V = 4$ кг — масса воды в начале, $t_к = 100$ °C — температура кипения.

Этап 1



Этап 2



Два этапа теплообмена. Q_1 — тепло, отданное деталью при остывании до 100 °C, идёт на испарение; Q_2 — тепло, отданное при остывании от 100 до 25 °C, идёт на нагрев оставшейся воды.

1. Второй этап: выравнивание. Деталь отдаёт тепло $c_с m(t_к - t_р)$, оставшаяся вода массы $m_в - m_п$ его получает и нагревается от t до $t_р$:

$$c_с\, m\, (t_к - t_р) = c_в\, (m_в - m_п)\, (t_р - t).$$

Выразим массу испарившейся воды:

$$m_п = m_в - \frac{c_с\, m\, (t_к - t_р)}{c_в\, (t_р - t)} = 4 - \frac{460 \cdot 2{,}4 \cdot 75}{4200 \cdot 5} = 4 - \frac{82800}{21000} \approx 0{,}057 \text{ кг}.$$

2. Первый этап: испарение. Деталь остыла от t_0 до 100 °C и отдала $c_с m(t_0 - t_к)$. Это тепло ушло на нагрев $m_п$ воды от t до 100 °C и на её превращение в пар:

$$c_с\, m\, (t_0 - t_к) = m_п\, [c_в(t_к - t) + r].$$

Отсюда

$$t_0 = t_к + \frac{m_п\, [r + c_в(t_к - t)]}{c_с\, m}.$$

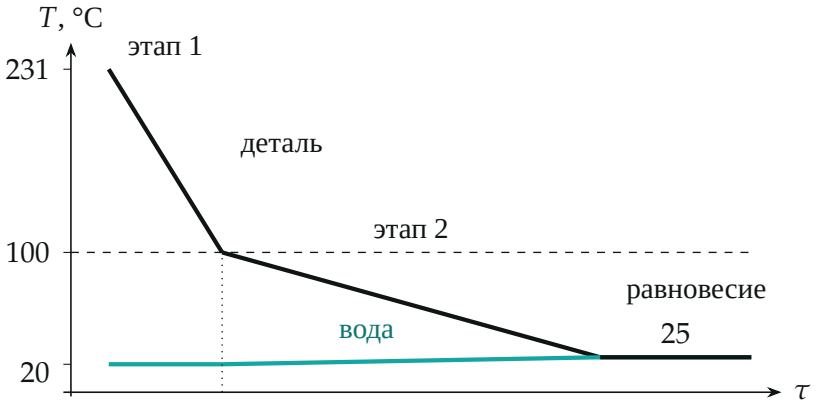


Схема температур (по оси времени — условно). Чёрная линия — деталь, бирюзовая — оставшаяся вода: на этапе 1 вода почти не греется, на этапе 2 обе температуры сходятся к 25 °C.

3. Подставим числа. Знаменатель $c_с m = 460 \cdot 2{,}4 = 1104$ Дж/°C, тепло на 1 кг испарившейся воды $r + c_в(100 - 20) = 2{,}2 \cdot 10^6 + 4200 \cdot 80 = 2{,}536 \cdot 10^6$ Дж/кг:

$$t_0 = 100 + \frac{0{,}0571 \cdot 2{,}536 \cdot 10^6}{1104}\ °\text{C} = 100 + 131\ °\text{C} \approx 231\ °\text{C}.$$

Обратите внимание. Масса $m_п \approx 0{,}057$ кг — разность близких чисел (4 и 3,943), поэтому округлять промежуточные значения нельзя: при $m_п = 0{,}06$ кг получилось бы 238 °C, при 0,057 — 231 °C. Дробь $82800/21000 = 3{,}942857$ надо держать точной. Организаторы предупреждали: из-за округлений ответ может отличаться почти на 10 °C.

Проверка. Размерность: $m_п r/(c_с m)$ — (кг·Дж/кг)/(Дж/°C) = °C. Баланс по теплу: $c_с m(t_0 - 100) = 1104 \cdot 131{,}3 \approx 1{,}449 \cdot 10^5$ Дж и $m_п(r + c_в \cdot 80) = 0{,}0571 \cdot 2{,}536 \cdot 10^6 \approx 1{,}449 \cdot 10^5$ Дж — совпали. На испарение ушло меньше 1,5 % воды (0,057 из 4 кг), температура воды выросла лишь на 5 °C — согласуется с условием.

Физический смысл: большая часть тепла детали ушла на превращение небольшой массы воды в пар — теплота парообразования велика.

Ответ. $t_0 = 100 + \dfrac{\left(\rho V - m\dfrac{c_\text{с}(100 - t_\text{р})}{c_\text{в}(t_\text{р} - t)}\right)(r + c_\text{в}(100 - t))}{c_\text{с} m} \approx 231\ ^\circ\text{C}.$