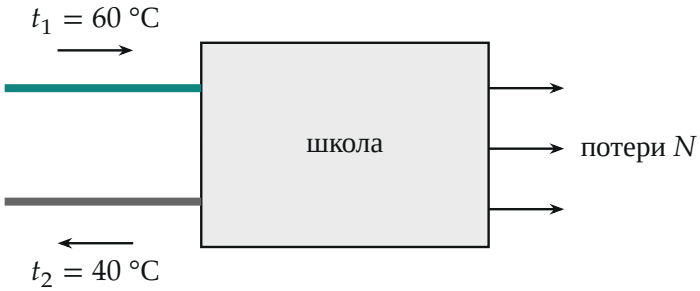
Вода в системе отопления школы

Задача 8. [МОШ 2010/11, 8 класс, 2-й тур, задача 4] Зимой на входе в систему отопления школьного здания вода имеет температуру $t_1 = +60$ °C. На выходе из этой системы вода имеет температуру $t_2 = +40$ °C. Тепловые потери здания школы вследствие теплопроводности стен, излучения и сквозняков составляют $N = 10^6$ Вт. Трубы, подводящие и отводящие воду, имеют внутренний диаметр $D = 100$ мм. С какой средней по сечению труб скоростью течет в них вода? Удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°C), плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3.



Поясняющий рисунок: вода входит в здание горячей (бирюзовая труба), отдаёт тепло и выходит холоднее (серая). Стрелки справа — тепловые потери здания в воздух.

▲ **Решение.** **Что происходит.** Здание ежесекундно теряет N джоулей, а температура в нём держится постоянной — значит, ровно столько же тепла каждую секунду отдаёт ему вода в системе отопления, остывая с 60 до 40 °C. Задача на тепловой баланс в установившемся режиме. Чем больше воды протекает за секунду, тем больше тепла она приносит, а количество воды за секунду связано со скоростью: вода заполняет трубу, и за время τ мимо сечения проходит цилиндр воды длиной $v\tau$.

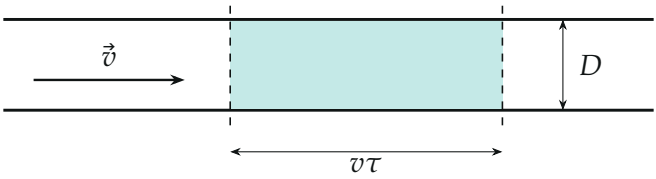
Обозначения. $\tau = 1$ с — промежуток, за который считаем; v — искомая скорость воды; $S = \dfrac{\pi D^2}{4}$ — площадь сечения трубы; m — масса воды, протекающей за τ; $\Delta t = t_1 - t_2 = 20$ °C.

1. Баланс тепла за τ. Вода отдаёт зданию $cm\Delta t$; здание за то же время теряет $N\tau$. Равновесие — тепла получено столько, сколько потеряно:

$$c\,m\,\Delta t = N\,\tau.$$

2. Сколько воды протекает за τ. Скорость v — средняя по сечению, поэтому за время τ через сечение трубы проходит столб воды длиной $v\tau$ (рисунок) объёмом $V = Sv\tau$ и массой

$$m = \rho\,S\,v\,\tau = \rho\,\frac{\pi D^2}{4}\,v\,\tau.$$



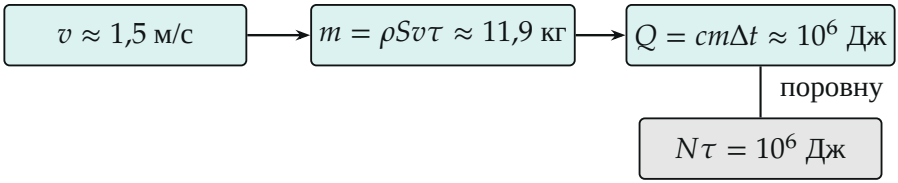
Вода в трубе: цилиндр длиной $v\tau$ (бирюзовый) — та вода, которая за время τ пройдёт через сечение, ограниченное правым пунктиром. Диаметр трубы D.

3. Подставляем и находим скорость. Подставим m в уравнение баланса; время τ сокращается:

$$c\,\rho\,\frac{\pi D^2}{4}\,v\,\tau\,\Delta t = N\tau \quad\Rightarrow\quad v = \frac{4N}{\pi\,c\,\rho\,D^2\,(t_1 - t_2)}.$$

4. Число.

$$v = \frac{4\cdot 10^6}{3{,}14\cdot 4200\cdot 1000\cdot 0{,}1^2\cdot 20}\ \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{4\cdot 10^6}{2{,}64\cdot 10^6}\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 1{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$



Проверка баланса за $\tau = 1$ с: при найденной скорости вода приносит ровно столько тепла, сколько здание теряет.

Обратите внимание. В формулу входит именно *разность* температур $t_1 - t_2 = 20$ °C, а не сами температуры: вода остывает на 20 °C, а не охлаждается с 60 до нуля. Диаметр входит в квадрате: вдвое тоньше труба — вчетверо больше скорость.

Проверка. Размерность: в числителе Вт = Дж/с, в знаменателе после сокращения кг и °C остаётся Дж/м; отношение — м/с. Числа: за секунду по трубе проходит 11,9 кг воды (около 12 л — для трубы диаметром 10 см разумно), она остывает на 20 °C и отдаёт $4200 \cdot 11{,}9 \cdot 20 \approx 10^6$ Дж — в точности потери здания.

Физический смысл: тепло в здание приносит течение воды; чем больше потери, тем быстрее приходится гнать воду.

Ответ. $v = \dfrac{4N}{\pi c \rho D^2 (t_1 - t_2)} \approx 1{,}5$ м/с.