Вода и азот под поршнем

Задача 7. [МОШ 2011/12, 11 класс, задача 7] Сосуд объёмом $V = 1$ м^3 разделён на две части лёгким тонким подвижным теплопроводящим поршнем, по одну сторону от которого находится вода, по другую — азот. График зависимости давления в системе от температуры приведён на рисунке. Сколько молей воды и сколько молей азота находятся в сосуде? Трения нет, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

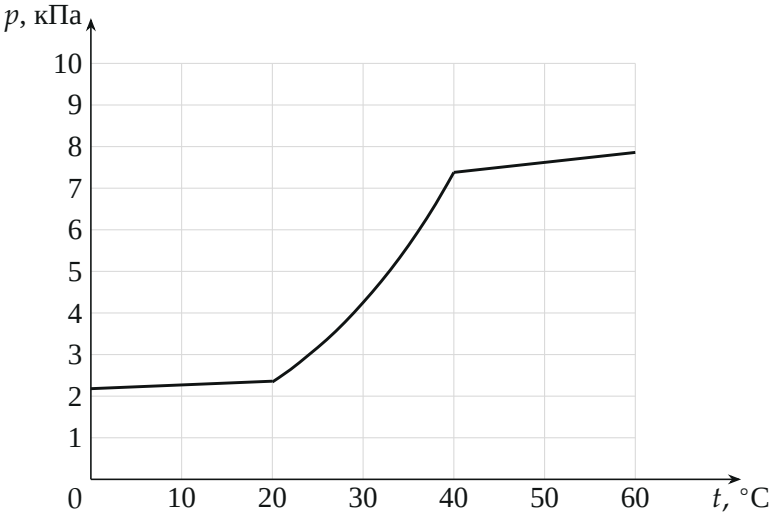


Рис. 1. График зависимости давления от температуры (перерисован с оригинала; три участка с изломами при 20 °C и 40 °C).

▲ **Решение.** **Что происходит.** Поршень лёгкий и без трения, поэтому давление по обе стороны от него одно и то же; он теплопроводящий, поэтому температура одна. График состоит из трёх участков, потому что меняется то, чем создаётся давление со стороны воды: вода жидкая, вода с насыщенным паром, вся вода — пар. Класс задачи: насыщенный пар, предположение для каждого участка и проверка по графику.

Обозначения. ν_a — число молей азота, ν_b — воды, p — общее давление, T — температура в кельвинах, $T = t + 273$ К; V_a, V_b — объёмы, занятые азотом и водой (рис. 2).

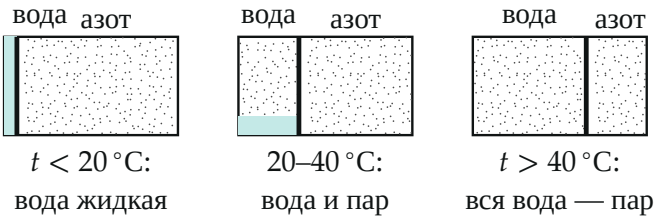


Рис. 2. Три режима. Слева жидкость (бирюза) вытесняет азот почти целиком; в середине вода и насыщенный пар, азот сжат до того же давления; справа вся вода — пар, поршень стоит так, что $V_b : V_a = \nu_b : \nu_a$.

1. Первый участок ($t < 20\,^\circ$C): вода — жидкость. Её объём (порядка 30 см^3) пренебрежимо мал по сравнению с V, поэтому азот занимает практически весь сосуд, а жидкость передаёт его давление. Пар над водой не образуется, потому что давление p больше давления насыщенного пара. Для азота закон Менделеева — Клапейрона $pV = \nu_a RT$: график — прямая, проходящая через начало координат в абсолютной шкале температур ($T = 0$). Не будем брать наклон на коротком отрезке графика (клетка велика, ошибка большая), а возьмём отношение p/T в точке $t = 0\,^\circ$C, где $p_0 = 2{,}2$ кПа:

$$\nu_a = \frac{p_0 V}{RT_0} = \frac{2200 \cdot 1}{8{,}31 \cdot 273} \approx 0{,}97 \text{ моль}.$$

2. Второй участок ($20\,^\circ\text{C} < t < 40\,^\circ$C). Когда давление азота сравнялось с давлением насыщенного пара воды (в точке излома, около 2,4 кПа), вода начала испаряться: поршень сдвигается, пока остаётся жидкость. Пока жидкость есть, давление на стороне воды равно давлению насыщенного пара $p_\text{н}(T)$, оно растёт с температурой быстрее прямой — кривая на графике. Азот сжат до этого же давления, его объём $V_a = \nu_a RT/p_\text{н}$ меньше V. В конце участка вся вода испарилась.

3. Третий участок ($t > 40\,^\circ$C): вода — пар. Пар ненасыщенный, ведёт себя как газ. По обе стороны давление p и температура T одинаковы:

$$pV_b = \nu_b RT, \qquad pV_a = \nu_a RT, \qquad V_a + V_b = V.$$

Сложим первые два уравнения и учтём третье:

$$p = \frac{(\nu_a + \nu_b)\,RT}{V}.$$

Это снова прямая через начало абсолютных температур (рис. 3), но с большим наклоном. Отношение p/T берём в точке $t = 60\,^\circ\text{C}$ ($T = 333$ K), где $p = 7{,}86$ кПа:

$$\nu_a + \nu_b = \frac{pV}{RT} = \frac{7860}{8{,}31 \cdot 333} \approx 2{,}84 \text{ моль},$$

$$\nu_b \approx 2{,}84 - 0{,}97 \approx 1{,}87 \text{ моль}.$$

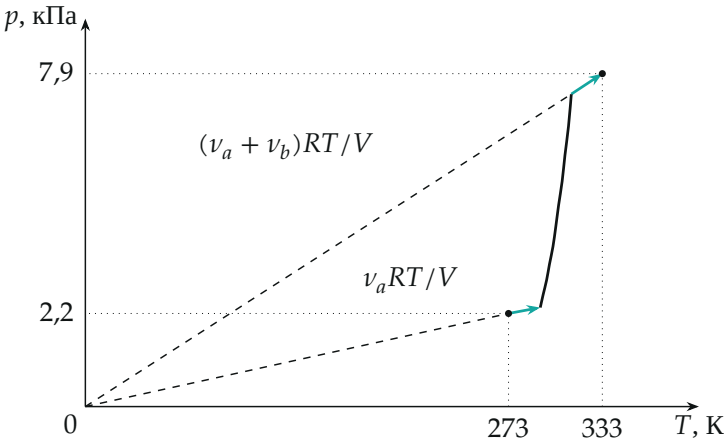


Рис. 3. Те же участки в шкале абсолютной температуры: прямые проходят через начало координат. Пунктир — продолжения к $T = 0$, по которым берём отношение p/T.

4. Проверка по графику. Если эти значения верны, прямая третьего участка должна проходить через излом при $t = 40\,^\circ\text{C}$: $p = 2{,}84 \cdot 8{,}31 \cdot 313/1 = 7{,}39$ кПа — на графике там 7,4 кПа. Первая прямая в $t = 20\,^\circ\text{C}$ даёт $0{,}97 \cdot 8{,}31 \cdot 293 = 2{,}36$ кПа, как на графике, и давление насыщенного пара воды при 20 °C и 40 °C из таблиц (2,34 и 7,38 кПа) совпадает с изломами графика. Это подтверждает предположение: на втором участ-

ке давление есть давление насыщенного пара, а в конце него вся вода — пар.

Проверка. Размерность: $pV/(RT)$ — моль. Второй способ для ν_b: в точке излома $t = 40\,^\circ\text{C}$ весь пар насыщен, $V_b = \nu_b RT/p = 1{,}87 \cdot 8{,}31 \cdot 313/7400 = 0{,}66$ м^3, а азот занимает $V_a = \nu_a RT/p = 0{,}34$ м^3; в сумме $1{,}00$ м^3 $= V$, как должно быть. Смысл: на первом участке график измеряет только азот, на третьем — азот и воду вместе, и разность даёт воду.

Ответ. $\nu_{\text{азота}} \approx 0{,}97 \pm 0{,}01$ моль, $\nu_{\text{воды}} \approx 1{,}87 \pm 0{,}02$ моль.