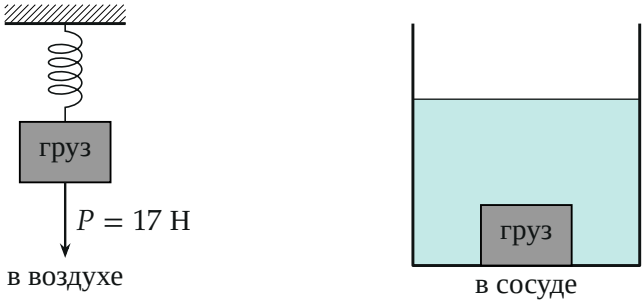
Груз в кубическом сосуде

Задача 4. [МОШ 2011/12, 7 класс, задача 4] Вес груза в воздухе составляет 17 Н. Когда этот груз опустили в сосуд с водой, имеющий форму куба со стороной 1 дм, он утонул, полностью покрывшись водой, а ее уровень поднялся на 2 см, не достигнув верхнего края сосуда. Определите плотность материала груза.



Поясняющий рисунок к условию: слева вес груза в воздухе (динамометр), справа тот же груз на дне куба с водой

▲ **Решение. Что происходит.** Плотность вещества — это масса, делённая на объём. Масса груза выражается через вес: в воздухе груз неподвижен, и его вес равен силе тяжести. Объём груза находим по воде: груз полностью погружён, поэтому вытесняет воду ровно своего объёма, а вытесненная вода поднимает уровень в сосуде известного сечения.

Обозначения. $P = 17$ Н — вес груза в воздухе, m — масса груза, V — его объём, $a = 1$ дм $= 10$ см — сторона куба, $S = a^2 = 100$ см^2 — площадь дна, $\Delta h = 2$ см — подъём уровня, ρ — искомая плотность, $g = 10$ Н/кг.

1. Масса груза. В воздухе груз покоится, значит (первый закон Ньютона), сила тяжести равна весу P (подвес действует на груз с силой P вверх): $mg = P$, $m = P/g = 17$ Н$/(10$ Н/кг$) = 1{,}7$ кг.

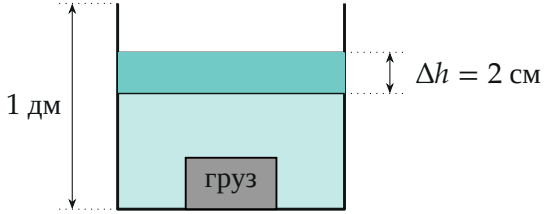


Рис. 1 (высоты в масштабе). Уровень воды поднялся на $\Delta h = 2$ см (тёмная полоса между старым и новым уровнями); груз целиком под водой, верхний край сосуда не достигнут

2. Объём груза. Груз вытеснил воду (рис. 1), и объём вытесненной воды равен объёму погружённой части груза. Он полностью под водой, поэтому это весь объём V. Вытесненная вода — «плита» с площадью основания S и высотой Δh (рис. 2): уровень поднялся на Δh по всей площади дна. Значит,

$$V = S\,\Delta h = 100\ \text{см}^2 \cdot 2\ \text{см} = 200\ \text{см}^3 = 2 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^3.$$

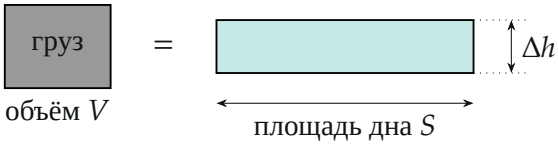


Рис. 2. Объём груза равен объёму «плиты» воды, поднявшей уровень: форма у них разная, объём один и тот же

3. Плотность. $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{1{,}7\ \text{кг}}{2 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^3} = 8500\ \text{кг/м}^3$.

Обратите внимание.

- Дано 17 Н — это вес, а не масса: прежде чем делить на объём, его надо перевести в массу через g.
- Сторона куба дана в дециметрах, подъём уровня — в сантиметрах: сначала приведите к одним единицам.

Проверка. Размерность: кг/м^3; в г/см^3: 1700 г/200 см^3 = 8,5 г/см^3. Груз в 8,5 раза плотнее воды, поэтому и тонет, как в условии; такова плотность латуни.

Ответ. Плотность материала груза 8500 кг/м^3.