Велогонка

Задача 1. [МОШ 2011/12, 8 класс, задача 1] Владислав и Станислав участвовали в велогонках. На старте Владислав, двигаясь вдвое быстрее Станислава, ушел в отрыв. Через 10 минут после старта велосипед Владислава сломался, и оставшуюся часть дистанции велогонщик шел пешком со скоростью 6 км/ч. Участники гонки достигли финиша одновременно через 30 минут после старта. Считая скорость Станислава постоянной, найдите длину дистанции от старта до финиша.

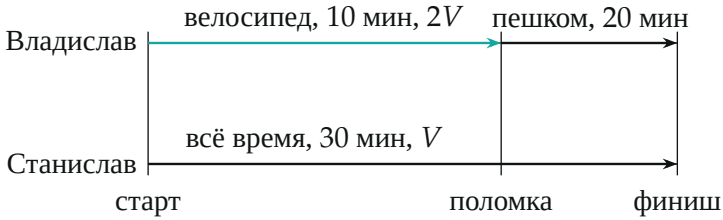


Рис. 1. Поясняющий рисунок: оба проходят одну дистанцию от старта до финиша за 30 минут

▲ **Решение. Что происходит.** Задача на равномерное движение: путь равен произведению скорости на время, а длина дистанции у обоих участников одна и та же. Станислав весь путь едет с одной скоростью. Владислав едет быстрее на первом участке и идёт медленно на втором. Приравняв пути двух гонщиков, получаем уравнение для скорости Станислава.

Обозначения. V — скорость Станислава, $2V$ — скорость Владислава на велосипеде, $u = 6$ км/ч — скорость Владислава пешком, S — длина дистанции. Все времена измеряем в минутах, поэтому скорости — в км/мин: $u = 6$ км/ч $= \dfrac{6}{60} = 0{,}1$ км/мин.

1. Путь Станислава. Движение равномерное, скорость не меняется, время в пути $t = 30$ мин:

$$S = V \cdot 30.$$

2. Путь Владислава. Его путь складывается из двух равномерных участков (рис. 1, 2): на велосипеде $t_1 = 10$ мин со скоростью $2V$ и пеш-

ком $t_2 = 30 - 10 = 20$ мин со скоростью u:

$$S = 2V \cdot 10 + u \cdot 20 = 20V + 0{,}1 \cdot 20 = 20V + 2.$$



Рис. 2. Скорость от времени (числа — по найденному в п. 3 значению $V = 0{,}2$ км/мин). Путь равен площади под графиком: у Владислава $4 + 2 = 6$ км (бирюзовая линия), у Станислава $0{,}2 \cdot 30 = 6$ км (штриховая линия)

3. Одинаковая длина дистанции. Оба прошли путь от старта до финиша, поэтому S в пунктах 1 и 2 — одна величина:

$$30V = 20V + 2 \quad \Rightarrow \quad 10V = 2 \quad \Rightarrow \quad V = 0{,}2 \text{ км/мин} = 12 \text{ км/ч}.$$

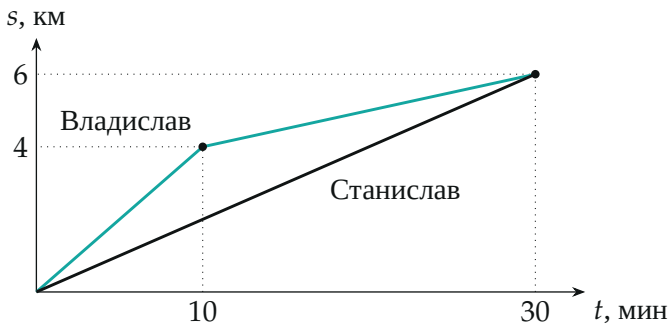


Рис. 3. График пути от времени: Владислав (бирюзовая ломаная) сначала уходит вперёд, потом отстаёт, и в момент 30 мин оба в одной точке — на финише

4. Длина дистанции.

$$S = 30V = 30 \cdot 0{,}2 = 6 \text{ км}.$$

Обратите внимание.

- Скорость 6 км/ч нельзя подставлять вместе с минутами: либо всё в часах (10 мин $= \frac{1}{6}$ ч), либо всё в минутах, как здесь.

Проверка. Скорость Станислава 12 км/ч, Владислава на велосипеде 24 км/ч. Путь Владислава: $24 \cdot \frac{1}{6} = 4$ км на велосипеде и $6 \cdot \frac{1}{3} = 2$ км пешком, всего 6 км. Путь Станислава: $12 \cdot \frac{1}{2} = 6$ км. Размерность: км/мин $\cdot$ мин $=$ км. Смысл: за 10 минут Владислав успевает уйти на 4 км вперёд, Станислав в этот момент на 2 км, а за следующие 20 минут Станислав проезжает 4 км, Владислав только 2 км, и они сравниваются на финише.

Ответ. Длина дистанции $S = 6$ км.