Столбы вдоль железной дороги

Задача 5. [МОШ 2011/12, 8 класс, 2-й тур, задача 1] Школьник Петя стоит около задней стены последнего вагона поезда, движущегося с постоянной скоростью, и видит через окна поезда столбы линии электропередач, расположенные вдоль железной дороги на равных расстояниях друг от друга. Когда Петя поравнялся с одним из столбов, он начал считать столбы (приняв этот столб за первый) и одновременно идти со скоростью 1,5 м/с относительно поезда от хвоста к голове поезда. В момент, когда Петя поравнялся со столбом номер 17, пройденный им путь (относительно поезда) был равен 150 м. Петя тотчас развернулся и пошёл обратно с той же скоростью, и в момент возвращения в начало своего пути поравнялся с очередным столбом, номер которого по счёту Пети был равен 30. С какой скоростью едет поезд, и чему равно расстояние между соседними столбами? Известно, что скорость поезда относительно земли больше скорости Пети относительно поезда.

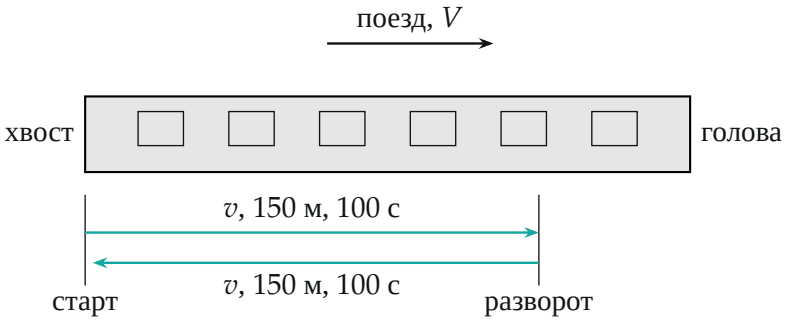


Рис. 1. Движение Пети относительно поезда: 150 *м от хвоста к голове и обратно с одной и той же скоростью* $v = 1{,}5$ *м/с*

▲ **Решение.** **Что происходит.** Столбы неподвижны относительно земли, поэтому считать их удобно в системе отсчёта «земля»: число пройденных промежутков между столбами равно пути Пети относительно земли, делённому на расстояние l_0 между соседними столбами. Поезд едет, а Петя идёт по поезду: скорости складываются (закон сложения скоростей). Туда Петя идёт по ходу поезда, обратно — против хода, но

поезд едет быстрее, поэтому относительно земли Петя и на обратном пути движется вперёд, только медленнее. Время в каждую сторону одно и то же, поэтому отношение путей относительно земли равно отношению скоростей.

Обозначения. V — скорость поезда относительно земли (искомая), $v = 1{,}5$ м/с — скорость Пети относительно поезда, l_0 — расстояние между соседними столбами (искомое), $s = 150$ м — путь Пети относительно поезда в каждую сторону, t — время движения Пети в одну сторону. Ось x направим вдоль движения поезда (от хвоста к голове).

1. Время в одну сторону. Относительно поезда Петя идёт равномерно со скоростью v путь s:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{150\text{ м}}{1{,}5\text{ м/с}} = 100\text{ с}.$$

Обратно он идёт ту же дистанцию s с той же скоростью, значит, и на обратный путь уходит 100 с.

2. Скорости относительно земли. Скорость Пети относительно земли равна сумме скорости поезда и скорости Пети относительно поезда, в проекции на ось x:

$$v_{\text{туда}} = V + v \quad \text{(идёт по ходу поезда)},$$

$$v_{\text{обратно}} = V - v \quad \text{(идёт против хода поезда)}.$$

Так как $V > v$, величина $V - v$ положительна: Петя и на обратном пути смещается относительно земли вперёд.

3. Пути относительно земли и число промежутков. Петя поравнялся со столбом №1 в начале и со столбом №17 в момент разворота: между этими столбами $17 - 1 = 16$ промежутков. Обратно он поравнялся со столбом №30: между №17 и №30 лежит $30 - 17 = 13$ промежутков (рис. 2). Путь относительно земли равен скорости, умноженной на время:

$$(V + v)\,t = 16\,l_0,$$

$$(V - v)\,t = 13\,l_0.$$

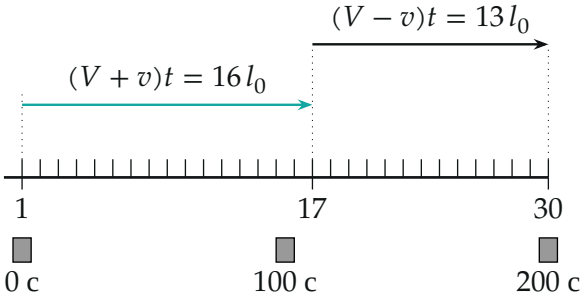


Рис. 2. Система отсчёта «земля»: цифры — номера столбов, серое — место старта Пети в поезде в моменты 0, 100 *и* 200 *с*

4. Скорость поезда. Делим второе равенство на первое (время t сокращается):

$$\frac{V+v}{V-v} = \frac{16}{13} \;\Rightarrow\; 13V + 13v = 16V - 16v \;\Rightarrow\; 3V = 29v.$$

$$V = \frac{29}{3}\,v = \frac{29}{3}\cdot 1{,}5 = 14{,}5 \text{ м/с} = 14{,}5 \cdot 3{,}6 \text{ км/ч} \approx 52{,}2 \text{ км/ч}.$$

5. Расстояние между столбами. Из первого равенства $l_0 = (V + v)\,t/16 = (14{,}5 + 1{,}5)\cdot 100/16 = 100$ м.

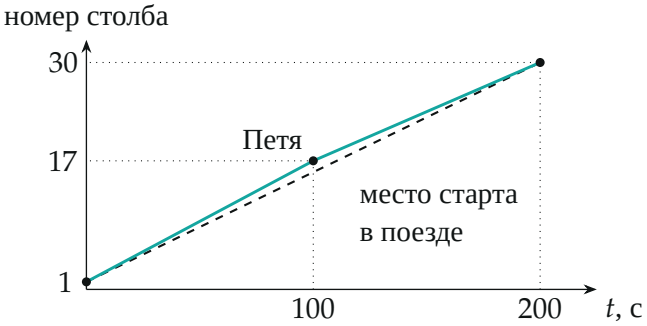


Рис. 3. Номер столба рядом с Петей (бирюзовая ломаная) и рядом с местом его старта в поезде (штриховая): встреча через 200 *с у столба №30*

Обратите внимание.

- Между столбами №1 и №17 — 16 промежутков, а не 17: считать надо промежутки между столбами, а не сами столбы.

- Условие $V > v$ существенно: при $V < v$ на обратном пути Петя двигался бы назад относительно земли и номера столбов убывали бы, а не росли до 30.

Проверка. Размерность: м/с · с = м. Второй способ, независимый: место старта в поезде за $2t = 200$ с проходит $V \cdot 200 = 14{,}5 \cdot 200 = 2900$ м, то есть $29\,l_0$ при $l_0 = 100$ м, и действительно приходит от столба №1 к столбу №30 (рис. 2, 3): $30 - 1 = 29$ промежутков. Второе равенство: $(14{,}5 - 1{,}5) \cdot 100 = 1300$ м $= 13\,l_0$. Смысл: поезд едет быстрее Пети, поэтому Петя оба раза обгоняет столбы, но на обратном пути их приходится на 3 меньше.

Ответ. Скорость поезда $V = 14{,}5$ м/с $\approx 52{,}2$ км/ч; расстояние между соседними столбами $l_0 = 100$ м.