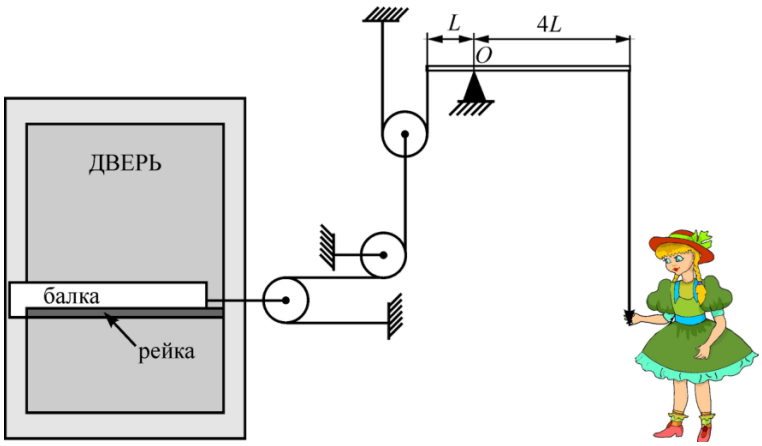
Система открывания двери

Задача 6. [МОШ 2011/12, 8 класс, 2-й тур, задача 2] Серый Волк, встретив Красную Шапочку на опушке леса, узнал, что в доме ее бабушки лесорубы установили новую систему открывания двери. Волк настолько заинтересовался инновацией, что решил не есть ни бабушку, ни Красную Шапочку, а подробно узнать все детали современной конструкции, зачем и отправился к бабушке вместе с Красной Шапочкой. Оказалось, что система (см. рисунок) состоит из тяжелой деревянной балки, способной с помощью троса равномерно передвигаться по шероховатой рейке (по словам лесорубов, на балку при скольжении действует сила трения 320 Н). Трос соединен при помощи системы легких блоков и веревок с рычагом. Трение в осях блоков охотники ликвидировали с помощью смазки. Рычаг пропущен сквозь стену, где закреплен на скрипучей опоре. Плечи рычага соотносятся как 1:4. Дверь открылась, когда Красная Шапочка «потянула за веревочку», привязанную к другому концу рычага, с силой 25 Н. Определите КПД такой системы. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.



▲ **Решение. Что происходит.** Девочка тянет за конец рычага, рычаг через систему блоков тянет балку, и та скользит по рейке против силы трения. Полезная работа — работа против трения о рейку, затраченная

— работа руки девочки. Часть затраченной работы теряется на трение в опоре рычага, поэтому КПД меньше единицы. Блоки лёгкие и смазаны, значит, трение в блоках нет, а сила натяжения одной нити везде одинакова. Решение строим так: идём от балки к рычагу, на каждом блоке сила уменьшается вдвое (подвижные блоки дают выигрыш в силе), потом сравниваем силу, которая нужна идеальному рычагу, с реальной силой 25 Н.

Обозначения. $F_{\text{тр}} = 320$ Н — сила трения о рейку, T — сила натяжения нити, привязанной к рычагу, $F = 25$ Н — сила руки девочки (приложена к дальнему концу рычага), F_0 — сила, которая понадобилась бы при идеальном (без трения в опоре) рычаге, η — КПД. Плечи рычага: L (короткое, к блокам) и $4L$ (длинное, к девочке).

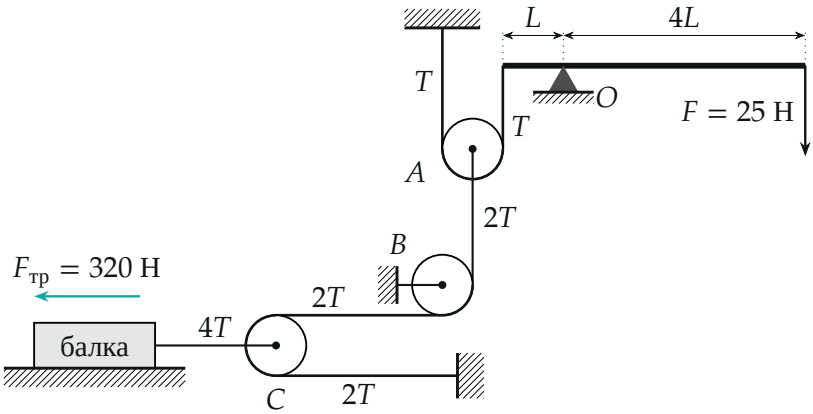


Рис. 1. Схема системы с силами натяжения нитей: на каждом из блоков A и C две нити уравновешивают одну, поэтому натяжения растут вдвое: T, $2T$, $4T$

1. Нить, привязанная к балке. Балка движется равномерно, значит (первый закон Ньютона), сила натяжения троса T_3, тянущего её, равна силе трения: $T_3 = F_{\text{тр}} = 320$ Н.

2. Подвижный блок C**.** Блок лёгкий (массой пренебрегаем), поэтому сумма сил на него равна нулю. Слева на ось блока действует трос с силой T_3, справа — две ветви нити, каждая с силой T_2 (нить одна, без

трения в осях блоков, поэтому натяжение вдоль неё не меняется; неподвижный блок B только поворачивает нить):

$$2T_2 = T_3 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 160\ \text{Н}.$$

3. Подвижный блок A. Вниз на его ось действует нить с силой T_2 (она идёт от оси к блоку B), вверх — две ветви нити с силой T каждая: одна к потолку, другая к рычагу:

$$2T = T_2 \quad \Rightarrow \quad T = 80\ \text{Н}.$$

Итак, $F_{\text{тр}} = 4T$: сила трения в 4 раза больше силы натяжения нити у рычага.

4. Рычаг: какая сила нужна идеально. Нить тянет короткий конец рычага вниз с силой T на плече L, девочка — длинный конец вниз на плече $4L$. Если бы трения в опоре не было, рычаг был бы в равновесии при равенстве моментов относительно оси O (правило рычага: $F_1 d_1 = F_2 d_2$):

$$F_0 \cdot 4L = T \cdot L \quad \Rightarrow \quad F_0 = \frac{T}{4} = 20\ \text{Н}.$$

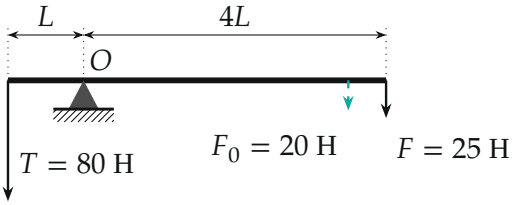


Рис. 2. Рычаг: нить тянет короткий конец с силой T, девочка длинный — с силой F (сплошная стрелка); идеальный рычаг обошёлся бы силой F_0 (бирюзовая штриховая стрелка). Длины стрелок — в масштабе 0,02 см на 1 Н

5. КПД по силам. Девочка приложила силу $F = 25$ Н, хотя идеальному механизму достаточно $F_0 = 20$ Н: разность тратится на трение в опоре рычага. КПД равен отношению полезной работы к затраченной; при одном и том же перемещении это отношение сил, которые нужны

идеально и действуют на деле:

$$\eta = \frac{F_0}{F} = \frac{20}{25} = 0{,}8 = 80\%.$$

6. Проверка через работу и перемещения. Если рука опустилась на s, то короткий конец рычага поднялся на $s/4$ (плечи $4L$ и L). Нить у блока A: её конец у рычага смещается на $s/4$, другой конец закреплён, значит, ось блока A смещается вдвое меньше, на $s/8$ (подвижный блок). Так же ось блока C, а с ней и балка, смещаются вдвое меньше, чем нить, то есть на $s/16$ (рис. 3).

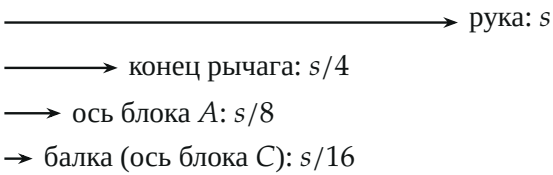


Рис. 3. Перемещения вдоль системы (длины в масштабе): каждое звено уменьшает перемещение — рычаг в 4 раза, блоки A и C по 2 раза

Работа девочки $A_{\text{зат}} = F \cdot s = 25s$. Полезная работа — работа против трения о рейку: $A_{\text{пол}} = F_{\text{тр}} \cdot \dfrac{s}{16} = \dfrac{320}{16}\, s = 20s$. Тогда $\eta = A_{\text{пол}}/A_{\text{зат}} = 20s/25s = 80\%$ — тот же ответ.

Обратите внимание.

- Блоки лёгкие и без трения, поэтому потерь в них нет: вся потеря энергии — на опоре рычага («скрипучая опора»). Силу F_0 мы получили, считая именно идеальный рычаг.
- Два подвижных блока и рычаг дают выигрыш в силе в $2 \cdot 2 \cdot 4 = 16$ раз и во столько же раз проигрыш в перемещении: $F_{\text{тр}}/F_0 = 320/20 = 16$.

Проверка. Размерность: Н/Н — безразмерно, $\eta < 1$. Предельный случай: без трения в опоре девочка прилагала бы 20 Н и $\eta = 1$. Смысл: девочка проигрывает $25 - 20 = 5$ Н, то есть пятую часть своей силы, на трение в опоре.

Ответ. КПД системы $\eta = 80\%$.