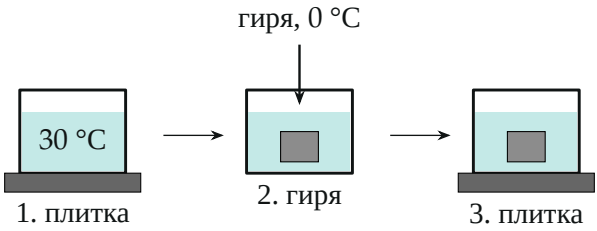
Нагрев сосуда с водой и гирей

Задача 8. [МОШ 2011/12, 8 класс, 2-й тур, задача 4] Школьница Ирина взяла сосуд с холодной водой и поставила его на электроплитку. Проведя измерения, Ирина выяснила, что температура воды в сосуде увеличивается на 1 °C каждые 20 с. Дождавшись, когда сосуд нагрелся до 30 °C, Ирина сняла его с плитки и поместила в воду металлическую гирю, находившуюся в другом сосуде в тепловом равновесии со смесью воды и льда. Температура в сосуде с водой и гирей установилась равной 25 °C. За какое время этот сосуд будет нагреваться на 1 °C, если Ирина, не вынимая гирю, вновь поставит его на электроплитку? Потерями энергии пренебречь, вода из сосуда в данном процессе не выливалась.



Поясняющий рисунок к условию: три этапа опыта (сосуд на плитке, опускание гири, сосуд с гирей снова на плитке)

▲ **Решение. Что происходит.** Плитка отдаёт воде и сосуду теплоту, пока они нагреваются; потерь нет, поэтому вся теплота плитки идёт на нагрев тел. Гиря в воде сначала забирает теплоту у воды и сосуда (температура падает с 30 до 25 °C), а потом, на плитке, сама нагревается вместе с ними, поэтому всей системе нужно больше теплоты на тот же градус, и нагрев идёт медленнее. Ключевой закон — уравнение теплового баланса: теплота, полученная телом при нагревании, равна $C\,\Delta t$, где C — теплоёмкость тела; теплота, отданная одними телами, равна теплоте, полученной другими.

Обозначения. C — общая теплоёмкость воды и сосуда (Дж/°C), $C_г$ — теплоёмкость гири, P — мощность плитки (теплота в секунду), $\tau_1 = 20$ с — время нагрева на 1 °C без гири, τ_2 — искомое время нагрева

на 1 °C с гирей. Температуру будем обозначать в градусах Цельсия; в уравнениях участвуют только её изменения.

1. Нагрев на плитке без гири. Потерь нет, поэтому теплота, выделенная плиткой за время τ_1, равна теплоте, пошедшей на нагрев воды с сосудом на 1 °C: $P\tau_1 = C \cdot 1\ °C$. Это справедливо на любом участке нагрева: теплоёмкость и мощность не зависят от температуры.

2. Температура гири. Гиря находилась в тепловом равновесии со смесью воды и льда. Пока в смеси есть и лёд, и вода, её температура равна температуре плавления льда, 0 °C. Значит, начальная температура гири равна 0 °C.

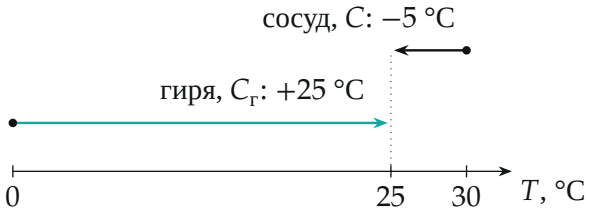


Рис. 1. Выравнивание температур: сосуд с водой остывает с 30 до 25 °C (чёрная стрелка), гиря нагревается с 0 до 25 °C (бирюзовая стрелка)

3. Баланс при опускании гири. Сосуд с гирей изолирован от окружающей среды, поэтому теплота, отданная водой и сосудом, равна теплоте, полученной гирей. Вода и сосуд остыли на $30 - 25 = 5$ °C, гиря нагрелась на $25 - 0 = 25$ °C:

$$C \cdot 5 = C_г \cdot 25 \quad \Rightarrow \quad C_г = \frac{C}{5}.$$

4. Нагрев с гирей. Теперь на плитке нагреваются вместе вода, сосуд и гиря, их общая теплоёмкость равна $C + C_г$. Опять вся теплота плитки идёт на нагрев, за время τ_2 на 1 °C: $P\tau_2 = (C + C_г) \cdot 1\ °C = \frac{6}{5} C \cdot 1\ °C$.

5. Время. Делим это равенство на равенство из пункта 1:

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{C + C_г}{C} = \frac{6}{5} \quad \Rightarrow \quad \tau_2 = \frac{6}{5} \cdot 20\ с = 24\ с.$$

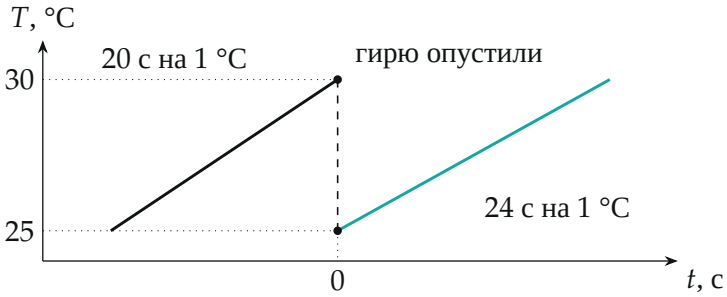


Рис. 2. Температура воды: до гири — нагрев за 20 с на градус; гиря опущена в момент $t = 0$ (температура падает с 30 до 25 °C); дальше нагрев за 24 с на градус

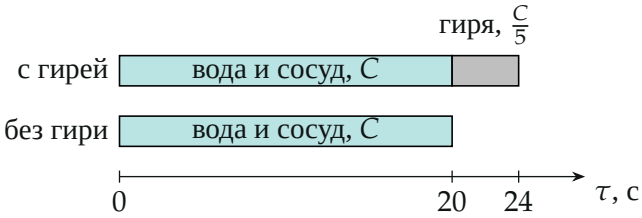


Рис. 3. Время нагрева на 1 °C: при той же мощности плитки добавленная гиря с теплоёмкостью $C/5$ требует на пятую часть времени больше, 4 с

Обратите внимание.

- Теплоёмкость сосуда с водой и мощность плитки неизвестны и не нужны: в ответ входит только их отношение.
- Гиря нагревается от 0 °C, а не от комнатной: об этом сказано словами «в тепловом равновесии со смесью воды и льда».

Проверка. Размерность: τ_2/τ_1 безразмерно. Предельные случаи: гиря с нулевой теплоёмкостью даёт $\tau_2 = \tau_1 = 20$ с; большая теплоёмкость гири даёт большее время. Второй способ: плитка даёт $C/20$ в секунду (на градус без гири — C за 20 с); за 24 с она даёт $24 \cdot C/20 = 1{,}2\,C$, и это ровно столько, сколько нужно на градус для $C + C_г = 1{,}2\,C$. Смысл: гиря утяжеляет систему на 20% по теплоёмкости, и время нагрева растёт на те же 20% (20 → 24 с).

Ответ. Сосуд с гирей будет нагреваться на 1 °C за 24 с.