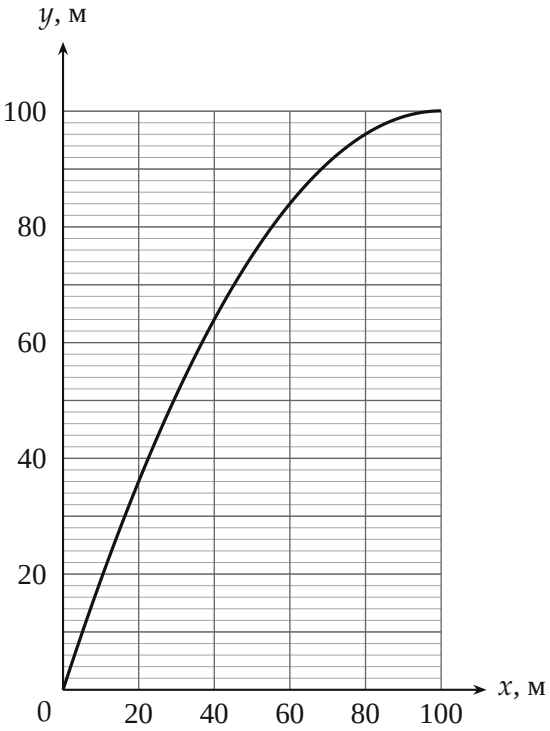
Лодка в реке

Задача 1. [МОШ 2011/12, 9 класс, задача 1] Лодка отплыла от берега реки, текущей со скоростью, постоянной по всей ширине реки. В системе отсчёта, связанной с водой, лодка всё время двигалась перпендикулярно берегу, причём движение было равнозамедленным, с начальной скоростью 2 м/с. На рисунке изображён вид сверху на траекторию лодки в системе отсчёта, связанной с берегом реки. Ось x направлена вдоль берега реки, ось y — перпендикулярно берегу. Определите скорость течения реки и модуль ускорения лодки.



▲ **Решение. Что происходит.** Относительно воды лодка движется только поперёк реки и тормозит. А вода сама течёт вдоль берега с постоянной скоростью. Относительно берега лодка участвует в двух движениях сразу: вдоль берега — равномерном (со скоростью течения), поперёк —

равнозамедленном. Траектория получается параболой, а её вершина — это момент, когда лодка остановилась относительно воды. Главная идея: записать оба движения по осям и подставить в них две точки графика.

Обозначения. Ось x — вдоль берега по течению, ось y — от берега. u — скорость течения, $v_0 = 2$ м/с — начальная скорость лодки относительно воды, a — модуль её ускорения, T — время от старта до остановки относительно воды.

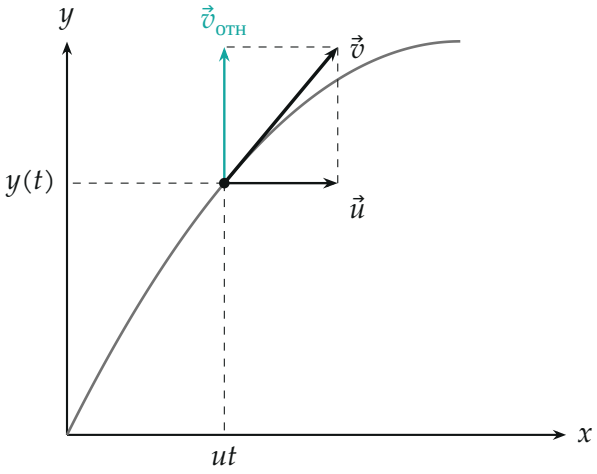
1. Скорости. Закон сложения скоростей: скорость лодки относительно берега равна сумме скорости лодки относительно воды и скорости воды относительно берега,

$$\vec{v} = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{u}.$$

Скорость $\vec{u}$ направлена по оси x, скорость $\vec{v}_{\text{отн}}$ — по оси y. В проекциях

$$v_x = u, \qquad v_y = v_0 - at.$$

Вода и берег движутся друг относительно друга равномерно, обе системы инерциальные, поэтому ускорение лодки в них одинаково: $a_y = -a$, $a_x = 0$.



Скорости лодки в произвольный момент: вдоль берега u, поперёк $v_{отн} = v_0 - at$, полная $\vec{v}$ касается траектории.

2. Координаты. Вдоль x движение равномерное, вдоль y — равнозамедленное с начальной скоростью v_0:

$$x = ut, \qquad y = v_0 t - \frac{at^2}{2}.$$

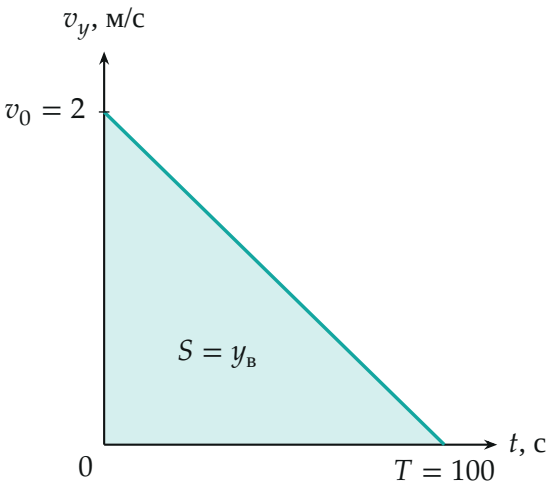
Время t нам не дано, исключим его: $t = x/u$, откуда

$$y = \frac{v_0}{u}\,x - \frac{a}{2u^2}\,x^2.$$

Это парабола, ветви вниз, значит график на рисунке — её левая часть до вершины.

3. Вершина параболы. В вершине $v_y = 0$: лодка остановилась относительно воды, и касательная к траектории горизонтальна. На графике это конец кривой, точка $(100; 100)$ м. Назовём её $(x_в; y_в)$. Из $v_y = v_0 - aT = 0$ получаем $T = v_0/a$, тогда

$$y_в = v_0 T - \frac{aT^2}{2} = \frac{v_0^2}{2a}, \qquad x_в = uT = \frac{uv_0}{a}.$$



Скорость v_y падает по прямой, наклон равен $-a$; площадь треугольника — пройденный поперёк путь $y_в$.

4. Подставляем данные графика. Из графика $y_в = 100$ м, $x_в = 100$ м. Отсюда

$$a = \frac{v_0^2}{2y_в} = \frac{(2\text{ м/с})^2}{2 \cdot 100\text{ м}} = 0{,}02\text{ м/с}^2,$$

$$u = \frac{x_в a}{v_0} = \frac{100\text{ м} \cdot 0{,}02\text{ м/с}^2}{2\text{ м/с}} = 1\text{ м/с}.$$

То же во времени: $T = v_0/a = 100$ с, и за это время лодку снесло на $x_в = uT = 100$ м, то есть $u = 1$ м/с.

Обратите внимание: в конце траектории лодка не стоит на месте — она остановилась только *относительно воды*, а относительно берега продолжает идти со скоростью u вдоль берега.

Проверка. Размерность: v_0^2/y — м/с^2, $x\,a/v_0$ — м/с. Вторая точка графика: при $x = 60$ м получаем $t = 60$ с и $y = 2 \cdot 60 - 0{,}01 \cdot 60^2 = 84$ м, на графике кривая при $x = 60$ м проходит именно на этой высоте. Начальный наклон траектории $v_0/u = 2$: на первых 20 м лодка уходит от берега на ≈ 36 м, средний наклон 1,8 — сходится.

Ответ. Скорость течения $u = 1$ м/с; модуль ускорения лодки $a = 0{,}02$ м/с^2.