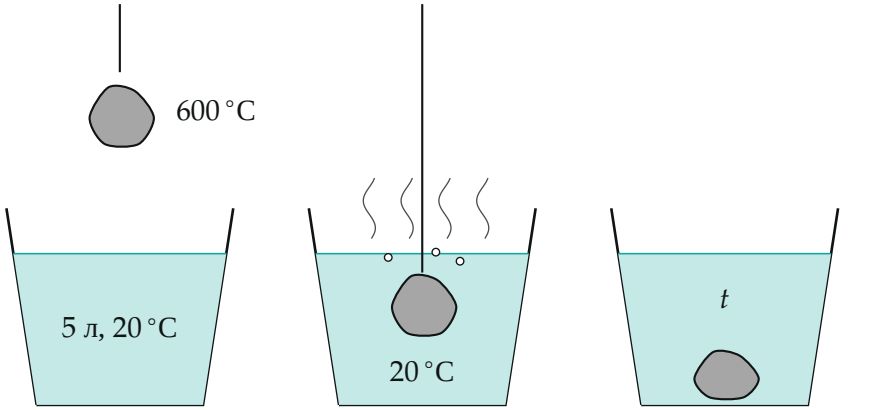
Медный комок в воде

Задача 7. [МОШ 2011/12, 9 класс, задача 7] Вася нашёл старую медную проволоку с сильно попорченной изоляцией. Намереваясь сдать в пункт приёма цветных металлов медь, он скомкал проволоку и бросил комок в костёр. После такой обработки полностью избавленная от изоляции медь массой 2 кг имела температуру 600 °C. Вася зацепил проволоку железным крючком и, не торопясь, опустил горячий комок проволоки в открытое ведро с 5 литрами воды при начальной температуре 20 °C. Когда перестало раздаваться шипение, Вася круговыми движениями комка проволоки перемешал воду в ведре. Какой стала температура воды в ведре после того, как медь остыла? Удельная теплоёмкость меди равна примерно 380 Дж/(кг·°C), удельная теплоёмкость воды 4200 Дж/(кг·°C), удельная теплота испарения воды 2,3 МДж/кг.

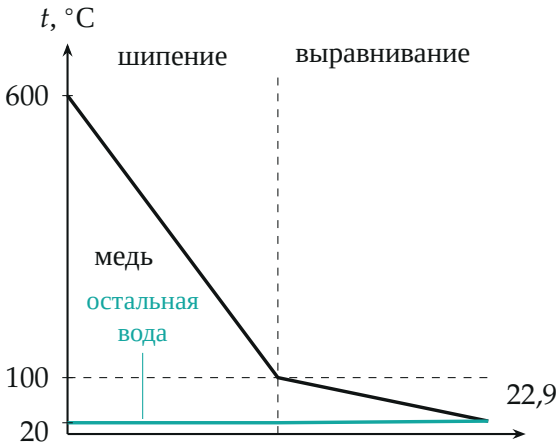


Три стадии: комок над ведром, шипение (часть воды у комка кипит и уходит паром), вода и медь после перемешивания.

▲ **Решение. Что происходит.** Сначала комок горячее 100 °C, и вода у его поверхности закипает: шипение — это пар. Пар уходит из открытого ведра и уносит энергию. Когда комок остыл до 100 °C, кипение прекращается — медь больше не может кипятить воду. Остальная вода при этом почти не успела нагреться: она осталась при 20 °C. Затем

Вася перемешал: медь (100 °C) и оставшаяся вода выровняли температуры. Класс задачи — тепловой баланс с фазовым переходом: сначала предположим, что при шипении медь остывает до 100 °C, потом проверим это по ответу.

Обозначения. $m_м = 2$ кг, $c_м = 380$ Дж/(кг·°C), $t_м = 600$ °C; вода: масса $m_в = 5$ кг (5 л), $c_в = 4200$ Дж/(кг·°C), $t_в = 20$ °C; $t_к = 100$ °C — температура кипения; $L = 2{,}3$ МДж/кг; m_1 — масса воды, превратившейся в пар; t — итоговая температура. Теплообмен с ведром, крючком и воздухом не учитываем.



Температуры (схематично): на первой стадии медь остывает до 100 °C, остальная вода остаётся при 20 °C; на второй — они сходятся к t.

1. Шипение. Медь остыла от 600 до 100 °C и отдала теплоту

$$Q_1 = c_м m_м (t_м - t_к) = 380 \cdot 2 \cdot 500 = 3{,}8 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

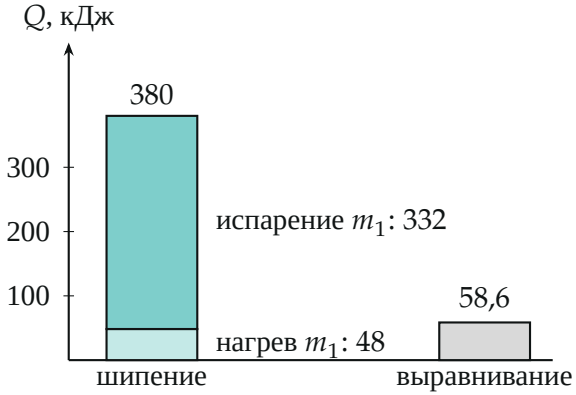
Эта теплота пошла на воду массой m_1: нагреть её от 20 до 100 °C и испарить. Запишем уравнение теплового баланса для этой воды (пар уходит из ведра, теплота пара обратно не возвращается):

$$c_м m_м (t_м - t_к) = m_1 (L + c_в (t_к - t_в)).$$

Отсюда

$$m_1 = \frac{3{,}8 \cdot 10^5}{2{,}3 \cdot 10^6 + 4200 \cdot 80}\ \text{кг} \approx 0{,}144\ \text{кг}.$$

Испарилось около 0,14 кг воды, остальных $m_в - m_1 \approx 4{,}86$ кг осталось при 20 °C.



Куда ушла энергия меди (кДж): 380 на первой стадии, из них почти всё — на испарение, и 58,6 на второй.

2. Выравнивание. Теперь медь при 100 °C и оставшаяся вода массой $m_в - m_1$ при 20 °C обмениваются теплотой, потерь нет. Медь остывает от 100 °C до t, вода нагревается от 20 °C до t:

$$c_м m_м (t_к - t) = c_в (m_в - m_1)(t - t_в).$$

Неизвестной осталась только t:

$$t = \frac{c_м m_м t_к + c_в (m_в - m_1) t_в}{c_м m_м + c_в (m_в - m_1)} = \frac{760 \cdot 100 + 4200 \cdot 4{,}856 \cdot 20}{760 + 4200 \cdot 4{,}856}\ ^\circ\text{C},$$

$$t \approx 22{,}9\ ^\circ\text{C}.$$

Обратите внимание: в первом уравнении нельзя забывать слагаемое $c_в(t_к - t_в)$ — нагрев воды до кипения даёт 48 кДж из 380, около 13 %. И медь остывает на первой стадии на 500 °C (до 100, а не до 20), а на второй — на 77 °C.

Проверка предположения и расчёта. Итог $22{,}9\,^\circ\mathrm{C} < 100\,^\circ\mathrm{C}$, масса пара $0{,}14$ кг < 5 кг — допущения согласованы. Второй способ — общий баланс одним уравнением, медь остыла от 600 до t:

$$c_{\text{м}} m_{\text{м}} (t_{\text{м}} - t) = m_1 (L + c_{\text{в}} (t_{\text{к}} - t_{\text{в}})) + c_{\text{в}} (m_{\text{в}} - m_1)(t - t_{\text{в}}),$$

слева $760 \cdot 577{,}1 \approx 4{,}39 \cdot 10^5$ Дж, справа $3{,}80 \cdot 10^5 + 0{,}59 \cdot 10^5$ — сходится. Без испарения вода нагрелась бы до $40\,^\circ\mathrm{C}$; на деле почти вся энергия ушла паром, и температура всего на $3\,^\circ\mathrm{C}$ выше начальной.

Ответ. Температура воды в ведре стала примерно $23\,^\circ\mathrm{C}$.