Влажность выхлопа отопления

Задача 8. [МОШ 2012/13, 10 класс, задача 8] Отопление на даче работает на природном газе — метане CH_4, который сжигается в воздухе, соединяясь с кислородом O_2. Из трубы дома в атмосферу выходят продукты сгорания: вода H_2O и углекислый газ CO_2, а попутно с ними — не участвовавший в горении азот; кислорода нет совсем. Температура на выходе из трубы составляет 100 °C. Найдите относительную влажность смеси газов, выходящих из трубы. Считайте, что в атмосферном воздухе на каждую молекулу кислорода приходятся 4 молекулы азота, а наличием других газов можно пренебречь.

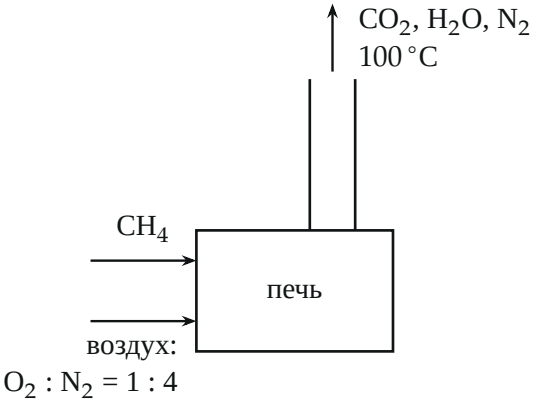


Рис. 1. Поясняющий рисунок: в печь входят метан и воздух, из трубы выходят продукты сгорания и неиспользованный азот

▲ **Решение.** **Что происходит.** Метан сгорает по уравнению $CH_4 + 2\,O_2 \to CO_2 + 2\,H_2O$: уравнение задаёт, сколько молекул каждого газа выходит из трубы на одну молекулу метана. Газ выходит в атмосферу, значит, его давление равно атмосферному, а при одной температуре давление каждого компонента смеси пропорционально числу его молекул (закон Дальтона). Относительная влажность — это отношение парциального давления водяного пара к давлению насыщенного пара при той же температуре, а при 100 °C давление насыщенного

пара равно атмосферному. Класс задачи: насыщенный пар — сначала предположение (вся вода в виде пара), потом проверка.

Обозначения. p_0 — атмосферное давление, давление смеси в трубе; $p_\text{п}$ — парциальное давление водяного пара; $p_\text{нас}$ — давление насыщенного пара воды при 100 °C, $p_\text{нас} = p_0$; $\varphi = p_\text{п}/p_\text{нас}$ — относительная влажность. Считаем на одну молекулу CH_4.

1. Сколько молекул выходит. В реакции на одну молекулу CH_4 уходят две молекулы O_2, образуются одна CO_2 и две H_2O (проверка по атомам: кислорода 4 атома до и $2 + 2 = 4$ после, водорода 4 и $2 \cdot 2 = 4$, углерода 1 и 1). Кислорода на выходе нет совсем, значит, весь кислород воздуха израсходован: на молекулу метана пришли ровно две молекулы O_2. Вместе с ними поступило в 4 раза больше азота: $4 \cdot 2 = 8$ молекул N_2, и он в реакции не участвует (рис. 2). Итог на одну молекулу метана:

$$1\ CO_2, \qquad 2\ H_2O, \qquad 8\ N_2, \qquad \text{всего } 1 + 2 + 8 = 11 \text{ молекул.}$$

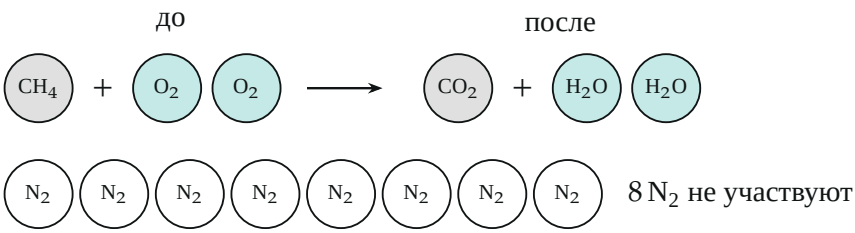


Рис. 2. На одну молекулу метана: слева — 1 CH_4 и 2 O_2 (с ними пришли 8 N_2), справа — 1 CO_2, 2 H_2O и те же 8 N_2

2. Парциальное давление пара. Идеальный газ при данной температуре и объёме: $p = nkT$, поэтому давление каждого компонента пропорционально числу его молекул, а давления компонентов складываются в p_0 (закон Дальтона). Предположим, что вся вода — в виде пара:

$$p_\text{п} = \frac{2}{11}\,p_0.$$

Предположение подтверждается: $p_\text{п} < p_\text{нас} = p_0$, пар ненасыщенный, поэтому вся вода остаётся паром.

3. Относительная влажность.

$$\varphi = \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{нас}}} = \frac{(2/11)\,p_0}{p_0} = \frac{2}{11} \approx 0{,}18 = 18\,\%.$$

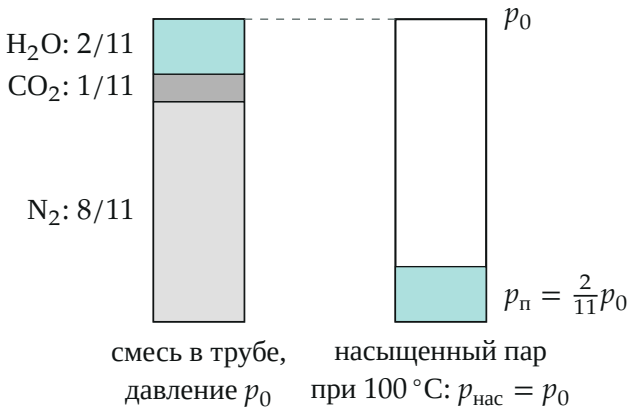


Рис. 3. Слева — доли давления компонентов смеси (вся высота равна p_0); справа — насыщенный пар воды при 100 °C: тоже p_0, закрашена часть p_n — это и есть влажность

Обратите внимание. Влажность — не доля молекул воды в смеси, а отношение парциального давления пара к давлению насыщенного. Здесь они численно совпали $(2/11)$ только потому, что при 100 °C давление насыщенного пара равно атмосферному (кипение): при другой температуре долю молекул пришлось бы делить на $p_{\text{нас}}/p_0$.

Проверка. Безразмерная величина, $0 < \varphi < 1$, пар не насыщенный, как и должно быть для горячего выхлопа. Доли молекул складываются в единицу: $\frac{1+2+8}{11} = 1$. Второй способ — через температуру росы: при охлаждении выхлопа пар начнёт конденсироваться, когда $p_{\text{нас}}(T)$ упадёт до $\frac{2}{11}p_0 \approx 18$ кПа, то есть примерно при 58 °C (по таблице давления насыщенного пара: 55 °C — 15,7 кПа, 60 °C — 19,9 кПа): значит, при 100 °C пар далёк от насыщения. Смысл: водяной пар в нём составляет лишь около пятой части давления и далёк от насыщения.

Ответ. $\varphi = \dfrac{2}{11} \approx 18\,\%$.