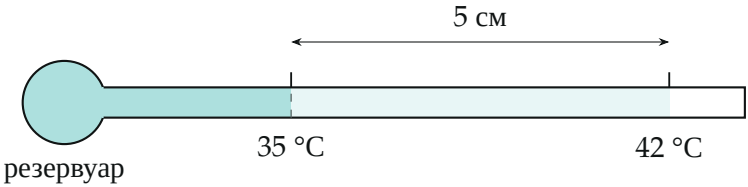
Площадь капилляра термометра

Задача 3. [МОШ 2012/13, 7 класс, задача 3] Расстояние между отметками 35 °C и 42 °C шкалы медицинского ртутного термометра равно 5 см, а в резервуаре термометра хранится 2 г ртути. Оцените по этим данным площадь поперечного сечения капилляра термометра (в квадратных миллиметрах). Известно, что из-за теплового расширения плотность ртути при температуре 42 °C оказывается в 1,00125 раз меньше, чем при температуре 35 °C. Плотность ртути при температуре 35 °C считайте равной 13,6 г/см^3. Тепловым расширением стекла можно пренебречь.



Поясняющий рисунок: ртутный термометр. Тёмная ртуть — при 35 °C, светлая — прирост при нагреве до 42 °C

▲ **Решение. Что происходит.** Ртуть при нагреве расширяется, а её масса не меняется. Столбик в капилляре от отметки 35 °C до отметки 42 °C — это и есть прирост объёма ртути. Прирост объёма равен произведению площади сечения капилляра на длину этого участка, значит, площадь можно найти, если знать прирост объёма. Его даёт изменение плотности: масса постоянна, плотность упала в 1,00125 раза, следовательно, объём вырос в 1,00125 раза.

Обозначения. $m = 2$ г — масса ртути, $\rho_1 = 13{,}6$ г/см^3 — плотность при 35 °C, ρ_2 — при 42 °C, V_1 и V_2 — объёмы ртути при этих температурах, $k = 1{,}00125$, $L = 5$ см — длина столбика между отметками, S — площадь сечения капилляра.

1. Объём ртути при 35 °C. Плотность — масса, делённая на объём, поэтому

$$V_1 = \frac{m}{\rho_1} = \frac{2\text{ г}}{13{,}6\text{ г/см}^3} \approx 0{,}147\text{ см}^3 = 147\text{ мм}^3.$$

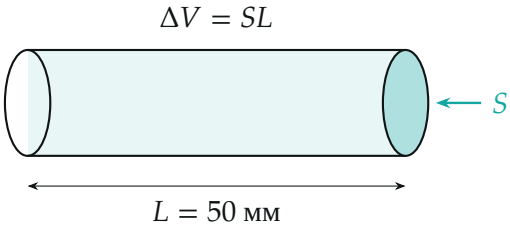
Ртуть при 35 °C — почти вся та, что в резервуаре: тонкий столбик капилляра до этой отметки составляет ничтожную часть, и оценка получается с хорошей точностью.

2. Как изменился объём. Масса сохраняется: $m = \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$. Так как $\rho_2 = \rho_1/k$,

$$V_2 = \frac{m}{\rho_2} = \frac{km}{\rho_1} = kV_1, \qquad \Delta V = V_2 - V_1 = (k-1)V_1.$$

Подставляем: $\Delta V = 0{,}00125 \cdot 147$ мм$^3 \approx 0{,}184$ мм^3.

3. Площадь сечения. Прирост объёма заполняет капилляр длиной L (стекло не расширяется, площадь сечения постоянна), поэтому объём цилиндрика $\Delta V = SL$.



Прирост объёма — цилиндр длиной L с площадью основания S (сечение капилляра)

Длина в миллиметрах: $L = 5$ см $= 50$ мм. Тогда

$$S = \frac{\Delta V}{L} = \frac{0{,}184 \text{ мм}^3}{50 \text{ мм}} \approx 0{,}0037 \text{ мм}^2.$$

Обратите внимание. Площадь надо давать в мм^2, поэтому объём и длину переводят в мм^3 и мм: 1 см^3 $= 1000$ мм^3. Забыв перевести, получим ответ в 10^3 раз неверный.

Проверка. Размерность: мм^3/мм $=$ мм^2. Относительное расширение ртути на один градус: $0{,}00125/7 \approx 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ К$^{-1}$ — совпадает с известным значением для ртути. Радиус капилляра $\sqrt{S/\pi} \approx 0{,}034$ мм — порядка толщины волоса, как и должно быть у термометра.

Смысл: крошечное расширение ртути растягивается в заметный столбик именно потому, что капилляр очень тонкий.

Ответ. $S \approx 0{,}0037$ мм^2.